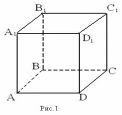
**Прямые и плоскости в пространстве**

Задание:

1. Законспектировать теоретический материал
2. Дан куб



***а) Назовите:***

1) Параллельные прямые

2) Скрещивающие прямые

3) Пересекающие прямые

***б) Определите взаимное расположение:***

1) прямых *CC*1 и *ВС*

2) прямой *D*1*C*1 и *ВС*

1. В [кубе](https://www.resolventa.ru/uslugi/uslugischoolmar.htm#prizma12) ABCDA1B1C1D1   найти угол между прямыми   AD1   и   BD.

**Литература:** Лисичкин В.Т. Математика в задачах с решениями: учебное пособие, Лань 2020. с.152-160

Режим доступа: <https://e.lanbook.com/reader/book/126952>

**Срок выполнения – до 29 ноября 2021г.**

**Выполненные задания присылать в группу в контакте:**

https://vk.com/club209070262

**Тема письма: Воробьев А., ОЖВХ-111, 25 ноября**

Взаимное расположение двух прямых в пространстве

      Все возможные случаи ***взаимного расположения двух прямых в пространстве*** представлены в следующей таблице.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Фигура** | **Рисунок** | **Определение** |
| Две  ***пересекающиеся прямые*** | Пересекающиеся прямые | Две прямые называют ***пересекающимися прямыми***, если они имеют **единственную общую точку**. |
| Две  ***параллельные прямые*** | Параллельные прямые | Две прямые называют ***параллельными прямыми***, если они **лежат в одной плоскости** и **не имеют общих точек** |
| Две  ***скрещивающиеся прямые*** | Скрещивающиеся прямые | Две прямые называют ***скрещивающимися прямыми***, если **не существует плоскости, содержащей обе прямые**. |

      С перечисленными в предыдущей таблице случаями взаимного расположения двух прямых в пространстве близко связаны утверждения, представленные в следующей таблице.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Фигура** | **Рисунок** | **Тип утверждения и формулировка** |
| Две различные точки | Аксиома о прямой линии, заданной двумя точками | ***Аксиома о прямой линии, заданной двумя точками*** Через две различные точки проходит только одна прямая линия. |
| Прямая и точка, не лежащая на этой прямой | Аксиома о существовании и единственности параллельной прямой | ***Аксиома о параллельных прямых*** Через **точку, не лежащую на прямой**, проходит **только одна прямая, параллельная** этой прямой. |
| Две пересекающиеся прямые | Теорема о плоскости, определяемой двумя пересекающимися прямыми | ***Теорема о плоскости, определяемой двумя пересекающимися прямыми*** Через **две пересекающиеся прямые,** проходит **только одна плоскость**, содержащая обе эти прямые. |
| Две параллельные прямые | Теорема о плоскости, определяемой двумя параллельными прямыми | ***Теорема о плоскости, определяемой двумя параллельными прямыми*** Через **две параллельные прямые,** проходит **только одна плоскость**, содержащая обе эти прямые. |

## ***Угол между скрещивающимися прямыми***

***Углом между скрещивающимися прямыми***называют угол между [пересекающимися прямыми](https://www.resolventa.ru/metod/presentsch.htm#perpr), соответственно [параллельными](https://www.resolventa.ru/metod/presentsch.htm#paralp) данным [скрещивающимся прямым](https://www.resolventa.ru/metod/presentsch.htm#sp) (рис. 2).

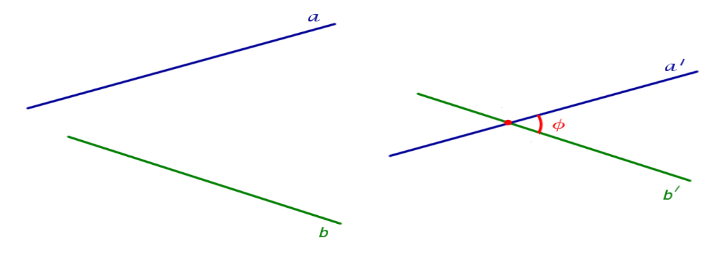


Рис.2

     На рисунке 2 изображены скрещивающиеся прямые   *a*  и   *b*. Прямая *a'* параллельна прямой *a*, прямая *b'* параллельна прямой *b.* Прямые *a'* и *b'* пересекаются. Угол   φ  и является углом между скрещивающимися прямыми   *a*  и   *b*.

***Задача***. В [кубе](https://www.resolventa.ru/uslugi/uslugischoolmar.htm#prizma12)   ABCDA1B1C1D1   найти угол между прямыми   AB1   и   BC1.

***Решение***. Поскольку прямая   AB1   пересекает плоскость   BB1C1   в точке   B1,   которая не лежит на прямой   BC1,   то [по признаку скрещивающихся прямых](https://www.resolventa.ru/metod/presentsch.htm#2pr2) прямые   AB1   и   BC1   скрещиваются (рис. 3).

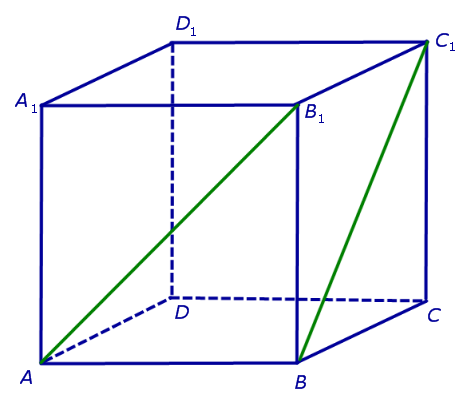


Рис.3

      Для того, чтобы найти угол между прямыми   AB1   и   BC1, проведем в кубе диагональ [боковой грани](https://www.resolventa.ru/uslugi/uslugischoolmar.htm#prizma6)   AD1   и диагональ верхнего [основания](https://www.resolventa.ru/uslugi/uslugischoolmar.htm#prizma9)   D1B1   (рис. 4).

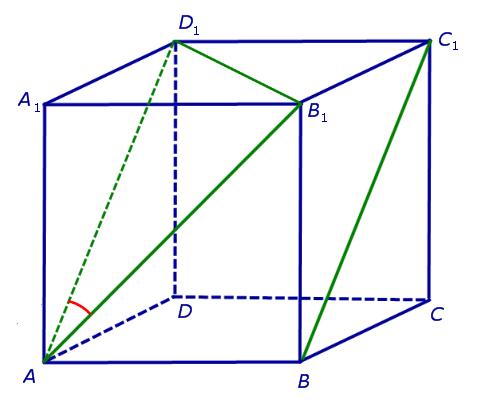


Рис.4

      По определению [угла между скрещивающимися прямыми](https://www.resolventa.ru/metod/presentsch.htm#2pr3) угол   D1AB1   и является углом между прямыми AB1   и   BC1.   Поскольку треугольник   AD1B1   [равносторонний](https://www.resolventa.ru/spr/planimetry/treq.htm#treq4), угол   D1AB1  равен   60°.

***Ответ***. 60°.

**Параллельность прямой и плоскости**

Аксиома А2: если две точки прямой принадлежат плоскости, то и вся прямая принадлежит плоскости.

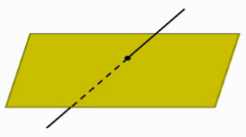
Отсюда следуют три случая взаимного расположения прямой и плоскости в пространстве.

## [**Три случая взаимного расположения прямой и плоскости**](https://interneturok.ru/lesson/geometry/10-klass/parallelnost-pryamyh-i-ploskostej/parallelnost-pryamoy-i-ploskosti#mediaplayer)

1. Прямая лежит в плоскости (рис. 1).



2. Прямая и плоскость имеют только одну общую точку, то есть пересекаются (рис. 2).



3. Прямая и плоскость не имеют ни одной общей точки (рис. 3).



**Определение.** Прямая и плоскость называются параллельными, если они не имеют общих точек (а || https://ykl-shk.azureedge.net/goods/ymk/geometry/work1/theory/1/alpha.gif)

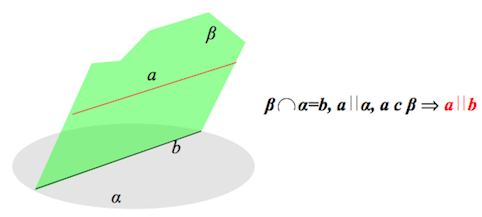
**Признак параллельности прямой и плоскости.**

**Теорема.** Если прямая, не лежащая в данной плоскости, параллельна какой-нибудь прямой, лежащей в этой плоскости, то она параллельна самой плоскости.

|  |  |
| --- | --- |
| https://ykl-shk.azureedge.net/goods/ymk/geometry/work1/theory/1/21.gif рис. 21 | https://ykl-shk.azureedge.net/goods/ymk/geometry/work1/theory/1/21_1.gif |

#### Свойство прямой, параллельной данной плоскости

Если плоскость β проходит через прямую a, параллельную плоскости α, и пересекает эту плоскость по прямой b, то b || a.



Если плоскость проходит через данную прямую, параллельную другой плоскости, и пересекает эту плоскость, то линия пересечения плоскостей параллельна данной прямой.

Если одна из двух параллельных прямых параллельна данной плоскости, а другая прямая имеет с плоскостью общую точку, то эта прямая лежит в данной плоскости.

# *Взаимное расположение двух плоскостей в пространстве. Признаки параллельности двух плоскостей*

      Две плоскости в пространстве могут быть параллельными или могут пересекаться, как показано в следующей таблице.

|  |
| --- |
| **Две пересекающиеся плоскости** |
| Пересекающиеся плоскости  **Определение:** Две плоскости называют ***пересекающимися***, если они **не совпадают**, и у них **есть общие точки**. В случае, когда две плоскости пересекаются, **пересечением** этих плоскостей **является прямая линия**. |
| **Две параллельные плоскости** |
| Параллельные плоскости  **Определение:** Две плоскости называют ***параллельными***, если они **не имеют общих точек**. |

## *Признаки параллельности двух плоскостей*

***Первый признак параллельности двух плоскостей***.

Если две [пересекающиеся прямые](https://www.resolventa.ru/metod/presentsch.htm#perpr), лежащие в одной плоскости, соответственно [параллельны](https://www.resolventa.ru/metod/presentsch.htm#paralp) двум прямым, лежащим в другой плоскости, то такие плоскости параллельны.

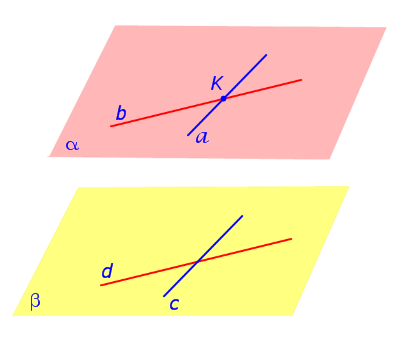


Рис.1

      2. Если две пересекающиеся прямые, лежащие в одной плоскости, параллельны другой плоскости, то такие плоскости параллельны.

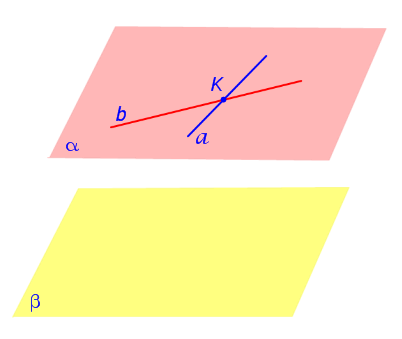


Рис.3

#### Свойства параллельных плоскостей

|  |  |
| --- | --- |
| https://ykl-shk.azureedge.net/goods/ymk/geometry/work1/theory/1/26.gif рис. 26 | 1. Если две параллельные плоскости пересечены третьей, то линии их пересечения параллельны. |
| https://ykl-shk.azureedge.net/goods/ymk/geometry/work1/theory/1/27.gif рис. 26a | 2. Отрезки параллельных прямых, заключённые между параллельными плоскостями, равны |