**Тема урока — Арифметические операции в позиционных системах счисления**

Арифметические операции в позиционных системах счисления с основанием q выполняются по правилам, аналогичным правилам, действующим в десятичной системе счисления.

Рассмотрим сложение.



Чтобы в системе счисления с основанием *q* получить сумму *S* двух чисел *A* и *B*, надо просуммировать образующие их цифры по разрядам *i*справа налево:

1. если *ai + bi < q*, то *si = ai + bi*,
старший (i + 1)-й разряд не изменяется
2. если *ai + bi≥ q*, то *si = ai + bi– q*,
старший (*i + 1*)-й разряд увеличивается на *1*

Можно составить таблицу сложения:



Давайте рассмотрим правило сложения на примере в двоичной системе счисления



Это мы рассмотрели сложение в двоичной системе счисления, а теперь сложим два числа в троичной, восьмеричной и шестнадцатеричной системе счисления.



*— 1 + 2 = 3 ≥ 3*
записываем *3 – 3 = 0*под 1-м разрядом,
а 2-й разряд увеличиваем на *1*

*— 1 + 2 = 3 ≥ 3*
записываем *3 – 3 = 0*под 2-м разрядом,
а 3-й разряд увеличиваем на *1*

*— 1 + 1 + 2 = 4 ≥ 3*
записываем *4 – 3 = 1*под 3-м разрядом,
а 4-й разряд увеличиваем на *1*

*— 1 + 1 = 2 < 3*
записываем 2 под 4-м разрядом

Сложим в восьмеричной и шестнадцатеричной системе счисления.



Теперь разберём вычитание в системах счисления с основанием q.



Чтобы в системе счисления с основанием *q*получить разность *R* двух чисел *A* и *B*, надо вычислить разности образующих их цифр по разрядам *i* справа налево:

*—*если *ai ≥ bi*, то *ri = ai – bi*,
старший (i + 1)-й разряд не изменяется

*—*если *a i < b i*, то *ri = q + ai – bi*,

старший (*i + 1*)-й разряд уменьшается на *1*

Рассмотрим правило вычитания в двоичной системе счисления на примере.



Рассмотрим правило вычитания в троичной системе счисления, где q=3



1. *1 ≥ 0*записываем *1 – 0 = 1*под*1-м*разрядом
2. *0 < 1*записываем *3 + 0 – 1 = 2* под 2-м разрядом,
делая заем в 3-м разряде
3. *0 < 2*записываем *3 + 0 – 2 = 1*под 3-м разрядом,
делая заем в 4-м разряде
4. *0 = 0*записываем *0* под 4-м разрядом
5. 0 < 1
записываем 3 + 0 – 1 = 2 под 5-м разрядом,
делая заем в 6-м разряде

*В восьмеричной и шестнадцатеричной системе выполним вычитание.*



Как же выполняется умножение чисел в системе счисления с основанием q? Если мы рассмотрим таблицы умножения в двоичной, троичной, восьмеричной и шестнадцатеричной системах счисления, то увидим, что алгоритм умножения точно такой же, как и в десятичной системе.





Чтобы в системе счисления *q* получить произведение *M* многозначного числа *A* и однозначного числа b, надо вычислить произведения *b* и цифр числа *A* по разрядам *i*:

1. если *ai · b <q*, то *mi = ai · b*,
старший (*i + 1*)-й разряд не изменяется
2. если *ai · b ≥ q*, то *mi = ai · b mod q*,
старший (*i + 1*)-й разряд увеличивается на *ai · b div q*

Рассмотрим примеры:

**

*— 2 · 2 = 4 ≥ 3*
записываем *4 mod 3 = 1*под 1-м разрядом,
2-й разряд увеличиваем на *4 div 3 = 1*

*— 1 · 2 + 1 = 3 ≥ 3*
записываем *3 mod 3 = 0*под 2-м разрядом,
3-й разряд увеличиваем на *3 div 3 = 1*

*— 2 · 2 + 1 = 3 ≥ 3*
записываем *5 mod 3 = 2*под 3-м разрядом,
4-й разряд увеличиваем на *5 div 3 = 1*

*— 2 · 1 + 1 = 3 ≥ 3*записываем *3 mod 3 = 0*под 4-м разрядом
и в 5-й разряд записываем *3 div 3 = 1*

*По этому алгоритму выполним умножение в других системах счисления.*



Умножение многозначного числа на многозначное число выполняется столбиком. При этом два множителя располагаются один под другим так, чтобы разряды чисел совпадали (находились в одном столбце). Посмотрим пример в двоичной системе счисления.



Деление нельзя свести к поразрядным операциям над цифрами, составляющими число. Деление чисел в системе счисления с произвольным основанием *q* выполняется так же, как и в десятичной системе счисления. А значит, нам понадобятся правила умножения и вычитания чисел в системе счисления с основанием *q*. Давайте разберем деление в двоичной системе.



И попробуем поделить в восьмеричной системе счисления.

В числе 2338 поместится 2 ∙ 738 = 1668

В числе 4568 поместится 5 ∙ 738 = 4478

В числе 738 поместится 1 ∙ 738 = 738



Теперь мы знаем, как производится арифметика в двоичной системе счисления. Используя таблицы, мы можем решить любой пример.

Давайте рассмотрим пример:

**Задание 1**. Найдём количество единиц в двоичной записи числа, являющегося результатом десятичного выражения

**24000+42016+ 22018– 8600+ 6**

Решение:

Представим все операнды исходного выражения в виде степеней двойки:

Исходное выражение 24000 + 42016 + 22018 – 8600 + 6

примет вид 24000 + 24032 + 22018 – 21800 + 22+ 21

Перепишем выражение в порядке убывания степеней: 24032 + 24000 + 22018 – 21800 + 22 + 21

Для работы с десятичными числами вида 2n полезно иметь в виду следующие закономерности в их двоичной записи:

21 = 10 = 1 + 1; 22 = 100 = 11 + 1; 23 = 1000 = 111 + 1; …

В общем виде 

Для натуральных n и m таких, что n > m, получаем:



Эти соотношения позволят подсчитать количество «1» в выражении без вычислений. Двоичные представления чисел 24032 и 24000 внесут в двоичное представление суммы по одной «1». Разность 22018 – 21800 в двоичной записи представляет собой цепочку из 218 единиц и следующих за ними 1800 нулей. Слагаемые 22и 21 дают ещё 2 единицы.

Так как в задаче надо найти единицы, то получаем:

**Итого: 1 + 1 + 218 + 1 + 1 = 222**.

Давайте разберем еще одну задачу.

*Найдём количество цифр в восьмеричной записи числа, являющегося результатом десятичного выражения:* 2299+ 2298 + 2297 + 2296.

Решение:

Двоичное представление исходного числа имеет вид: 

Всего в этой записи 300 двоичных символов. При переводе двоичного числа в восьмеричную систему счисления каждая триада исходного числа заменяется восьмеричной цифрой. Следовательно, восьмеричное представление исходного числа состоит из 100 цифр.

Ответ: 100 цифр

Итак, сегодня вы узнали, что арифметические операции в позиционных системах счисления с основанием *q* выполняются по правилам, аналогичным правилам, действующим в десятичной системе счисления. Если необходимо вычислить значение арифметического выражения, операнды которого представлены в различных системах счисления, можно:

1. все операнды представить в привычной нам десятичной системе счисления;
2. вычислить результат выражения в десятичной системе счисления;
3. перевести результат в требуемую систему счисления.

Для работы с десятичными числами вида 2n, полезно иметь ввиду следующие закономерности в их двоичной записи:



Для натуральных n и m таких, что n > m, получаем:



***Задание***

*Вычислить.*



148+ 328

A216+ F0316

*Реши кросснамбер (вместо слов вписываются числа)*

**

***По вертикали:***

1. Найди сумму и запиши в двоичной системе счисления 1538+ F916

3. Найди произведение и запиши в двоичной системе счисления 1223\* 112

6. Выполни операцию деления 100100002/ 11002

7. Реши пример, ответ запиши в десятичной системе счисления (5648+ 2348) \* C16

***По горизонтали:***

2. Разность двоичных чисел 11001100 - 11111

4. Найти разность 1678– 568

5. Выполнить операцию деления 416128 / 128

8. Найти разность 12E16 – 7916ответ запиши в десятичной системе счисления

Присылать задания в группу **в контакте в сообщения сообщества**:

https://vk.com/club207298565

Название файла, пример: дата, фамилия, имя (если в контакте вы называетесь по-другому): **01.10.21 Карапетян Арсен ОЖЭТ-111**

**Срок исполнения задания: 08.10.2021.**

**Учебник**:

— Информатика. 10 класс: учебник / Л. Л. Босова, А. Ю. Босова. — М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2016. - 288 с.

— Математические основы информатики: учебное пособие / Е. В. Андреева, Л. Л Босова, И. Н. Фалина — М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2008. - 328 с.