**Тема: Свойства степеней с действительными показателями**

1. Вычислить:

 а) $\left(\frac{9}{16}\right)^{-\frac{1}{10}}÷\left(\frac{25}{36}\right)^{-\frac{3}{2}}-\left(\left(\frac{4}{3}\right)^{-\frac{1}{2}}\right)^{-\frac{2}{5}}∙\left(\frac{6}{5}\right)^{-3}$

б) $\left(\left(\frac{3}{2}\right)^{4}\right)^{-0,5}∙\left(\frac{7}{12}\right)^{0}∙0,1^{-2}÷\left(0,81\right)^{-0,5}$

1. Решить показательные уравнения

а) $\sqrt{5^{x}}=\sqrt[3]{25}$

б) $5,2^{\left(х+2\right)\left(х+3\right)}=1$

**Литература:** Лисичкин В.Т. Математика в задачах с решениями: учебное пособие, Лань 2020. с.10-17

 Режим доступа: <https://e.lanbook.com/reader/book/126952>

**Срок выполнения – до 30 сентября 2021г.**

**Выполненные задания присылать в группу в контакте:**

https://vk.com/club207391084

**Тема письма: Воробьев А., ОЖЭТ-112, 27 декабря**

Обратим внимание, что свойства степеней и свойства корней похожи:

$\left(a∙b\right)^{n}=a^{n}∙b^{n}$ $\sqrt[n]{a∙b}=\sqrt[n]{a}∙\sqrt[n]{b}$

$\left(\frac{a}{b}\right)^{n}=\frac{a^{n}}{b^{n}}$ $\sqrt[n]{\frac{a}{b}}=\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$

С одной стороны, это неудивительно: извлечение корня – операция, обратная возведению в степень. С другой стороны, это наталкивает на мысль, что эти операции можно объединить в одну. Попробуем.

Упростить выражения:

$$\sqrt[8]{х^{24}}$$

*Решение*

1.$\sqrt[8]{х^{24}}$. Выделим в подкоренном выражении 8-ю степень:

$$х^{24}=\left(х^{3}\right)^{8}$$

Тогда:

$\sqrt[8]{х^{24}}$=$\sqrt[8]{\left(х^{3}\right)^{8}}$

По свойству корня четной степени $\sqrt[n]{a^{n}}=\left|a\right|$

$$\sqrt[8]{\left(х^{3}\right)^{8}}=\left|х^{3}\right|$$

Чтобы его получить, мы представили $24=8∙3$. Затем, используя свойства степеней, получили в ответе третью степень. В общем случае, если есть выражение $\sqrt[n]{x^{m}}$ и мы представим $m=n∙k$, то получим:



$m=n∙k$, следовательно:

$$k=\frac{m}{n}$$

Получаем формулу для упрощения подобных корней:



 **Задание 3.**Упростить выражения:

$$\sqrt[5]{a^{125}}$$

$$\sqrt{p^{40}}$$

*Решение*

1. $\sqrt[5]{a^{125}}=a^{\frac{125}{5}}=a^{25}$
2. $\sqrt{p^{40}}=\left|p^{\frac{40}{2}}\right|=\left|p^{20}\right|=p^{20}$

 (т. к. $p^{20}$ принимает только неотрицательные значения).

Ответ: $a^{25};$ $p^{20}$.

Мы использовали эти формулы только для таких чисел $m$, которые делятся нацело на $n$. Но их можно обобщить и для произвольного целого числа $m$. Тогда степень $\frac{m}{n}$ будет рациональным числом. Таким образом, мы введем понятие **степени с рациональным показателем:**

$$a^{\frac{m}{n}}$$

Для однозначности это понятие определяют только для неотрицательных значений основания $a$. **Степенью числа неотрицательного числа**$a$**с рациональным показателем**$\frac{m}{n}$называют корень $n$-й степени из $a$ в степени $m$:

$$a^{\frac{m}{n}}=\sqrt[n]{a^{m}}, a\geq 0$$

При таком определении все свойства степени с целым показателем останутся справедливы и для степени с рациональным показателем $r$ (это наше главное условие для расширения любого математического инструмента):

1. Степень с отрицательным показателем $a^{r},$ определена только для $a\ne 0$:

$$a^{-\frac{m}{n}}=\sqrt[n]{a^{-m}}=\sqrt[n]{\frac{1}{a^{m}}}⟹a\ne 0$$

1. Для степеней с одинаковым показателем выполняются соотношения:

$$\left(a∙b\right)^{r}=a^{r}∙b^{r}$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{r}=\frac{a^{r}}{b^{r}}$$

1. Для степеней с одинаковым основанием выполняются соотношения:

$$a^{r}∙a^{q}=a^{r+q}$$

$$\frac{a^{r}}{a^{q}}=a^{r-q}$$

$$\left(a^{r}\right)^{q}=a^{r∙q}$$

Степень с рациональным показателем и ее свойства можно использовать для упрощения: выражения с корнями заменяем на степени и используем свойства степеней.

**Задание 4.**Упростить числовые и алгебраические выражения:

$$\left(25∙144\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$\frac{\sqrt[4]{a^{3}∙\sqrt[3]{a}}}{\sqrt[3]{a}}, a>0$$

*Решение*

1. $\left(25∙144\right)^{\frac{1}{2}}$

Представляем 25 и 144 в виде степеней:

$$25=5^{2}$$

$$144=12^{2}$$

$$\left(25∙144\right)^{\frac{1}{2}}=\left(5^{2}∙12^{2}\right)^{\frac{1}{2}}$$

Теперь используем свойства степеней:

$$\left(5^{2}∙12^{2}\right)^{\frac{1}{2}}=\left(5^{2}\right)^{\frac{1}{2}}∙\left(12^{2}\right)^{\frac{1}{2}}=5^{2∙\frac{1}{2}}∙12^{2∙\frac{1}{2}}=5^{1}∙12^{1}=60$$

1. $\frac{\sqrt[4]{a^{3}∙\sqrt[3]{a}}}{\sqrt[3]{a}}, a>0$

Поскольку основание степени больше нуля, можем перейти к степеням:

$$\sqrt[3]{a}=a^{\frac{1}{3}}$$

$$\sqrt[4]{a^{3}∙\sqrt[3]{a}}=\left(a^{3}∙\sqrt[3]{a}\right)^{\frac{1}{4}}$$

$$\frac{\sqrt[4]{a^{3}∙\sqrt[3]{a}}}{\sqrt[3]{a}}=\frac{\left(a^{3}∙a^{\frac{1}{3}}\right)^{\frac{1}{4}}}{a^{\frac{1}{3}}}$$

Используем свойства степеней:

$$\frac{\left(a^{3}∙a^{\frac{1}{3}}\right)^{\frac{1}{4}}}{a^{\frac{1}{3}}}=\frac{\left(a^{3+\frac{1}{3}}\right)^{\frac{1}{4}}}{a^{\frac{1}{3}}}=\frac{\left(a^{\frac{10}{3}}\right)^{\frac{1}{4}}}{a^{\frac{1}{3}}}=\frac{a^{\frac{10}{3}∙\frac{1}{4}}}{a^{\frac{1}{3}}}=\frac{a^{\frac{5}{6}}}{a^{\frac{1}{3}}}=a^{\frac{5}{6}-\frac{1}{3}}=a^{\frac{1}{2}}$$

Или, если перейти к корням, $a^{\frac{1}{2}}=\sqrt[2]{a^{1}}$ или просто $\sqrt{a}$ .

Ответ: 60;  $\sqrt{a}$