**Тема:**  Формулы дифференцирования. Применение дифференциала в приближенных вычислениях.

Литература: Лисичкин В.Т. Математика в задачах с решениями: учебное пособие, Лань 2020. , с.249-255

Режим доступа: <https://e.lanbook.com/reader/book/126952>

**Срок выполнения – до 16 декабря 2020г.**

**Выполненные задания присылать на электронную почту:**

[**2021.ivanova@mail.ru**](mailto:2021.ivanova@mail.ru)

**Тема письма: Воробьев А., ОЖПХ-211, 14 декабря**

ЗАДАНИЕ: Решите задачу по образцу решенной задачи

Функция f(x) задана таблицей своих значений, верных в написанных знаках. Найти производную этой функции в точках

А) x\*=0,(К+1)

Б) x\*=0,(К+3).

Оценить погрешность результата. Найти оптимальный шаг h\* для формулы численного дифференцирования.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Xi | 0,К | 0,(К+1) | 0,(К+2) | 0,(К+3) | 0,(К+4) | 0,(К+5) |
| yi | 0,5674 | 0,6426 | 0,7962 | 0,8434 | 0,9163 | 0,9835 |

К –номер по журналу.

**Пример решения задачи.**

**Задача.**

Функция f(x) задана таблицей своих значений, верных в написанных знаках. Найти первую производную этой функции в точке x1\*=0,7. Оценить погрешность результата. Найти оптимальный шаг h\* для формулы численного дифференцирования.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Xi | 0,5 | 0,6 | 0,7 | 0,8 | 0,9 | 1,0 |
| yi | 0,4794 | 0,5646 | 0,6442 | 0,7174 | 0,7833 | 0,8415 |

Решение.

Точка x1\*=0,7 - центральный узел таблицы. Для вычисления http://www.e-biblio.ru/book/bib/02_estestv_nauki/Vychislit_matematika/pr/docs/piece006.files/image078.gifвоспользуемся формулой

|  |
| --- |
|  |
| http://www.e-biblio.ru/book/bib/02_estestv_nauki/Vychislit_matematika/pr/docs/piece006.files/image024.gif, где h = x1 – x0= x2 – x1 = ….. |

обозначим x0=0,6; x1=0,7; x2=0,8

Тогда http://www.e-biblio.ru/book/bib/02_estestv_nauki/Vychislit_matematika/pr/docs/piece006.files/image080.gif

Остаточная погрешность результата определяется по формуле:

http://www.e-biblio.ru/book/bib/02_estestv_nauki/Vychislit_matematika/pr/docs/piece006.files/image082.gif где  http://www.e-biblio.ru/book/bib/02_estestv_nauki/Vychislit_matematika/pr/docs/piece006.files/image093.gif

Чтобы оценить M3, построим для данной функции таблицу конечных разностей. Δyi = yi + 1 - yi

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| xi | yi | Δyi | Δ2yi | Δ3yi | Δ4yi |  |
| 0,5 | 0,4794 |  |  |  |  |  |
| 0,0852 |  |  |  |  |
| 0,6 | 0,5646 | -0,0056 |  |  |  |
| 0,0796 | -0,0008 |  |  |
| 0,7 | 0,6442 | -0,0064 | -0,0001 |  |
| 0,0732 | -0,0009 |  |
| 0,8 | 0,7174 | -0,0073 | 0,0003 |  |
| 0,0659 | -0,0006 |  |
| 0,9 | 0,7883 | -0,0077 |  |  |
| 0,0582 |  |  |  |
| 1,0 | 0,8415 |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |

Максимальное значение  по модуль Δ3yi  равно 0,0009,

т.е. max | Δ3yi| = max |- 0,0009| = 0,0009

Подставим в формулу для нахождения *М3*

http://www.e-biblio.ru/book/bib/02_estestv_nauki/Vychislit_matematika/pr/docs/piece006.files/image093.gif

Находим остаточную погрешность результатаhttp://www.e-biblio.ru/book/bib/02_estestv_nauki/Vychislit_matematika/pr/docs/piece006.files/image082.gif

http://www.e-biblio.ru/book/bib/02_estestv_nauki/Vychislit_matematika/pr/docs/piece006.files/image095.gif

Определим оптимальный шаг для использованной формулы численного дифференцирования.

http://www.e-biblio.ru/book/bib/02_estestv_nauki/Vychislit_matematika/pr/docs/piece006.files/image105.gif

Вычислительная погрешность результата -

http://www.e-biblio.ru/book/bib/02_estestv_nauki/Vychislit_matematika/pr/docs/piece006.files/image097.gif

где http://www.e-biblio.ru/book/bib/02_estestv_nauki/Vychislit_matematika/pr/docs/piece006.files/image099.gif - абсолютная погрешность величин yi.