Тема: Прямоугольная (декартовая) система координат в пространстве. Формула расстояния между двумя точками

Задание:

1. Запишите определение прямоугольной (декартовой) системы координат в пространстве.

2. Запишите формулу расстояния между точками на плоскости (в пространстве)

3. Запишите формулу деления отрезка в данном отношении на плоскости (в пространстве)

4. Запишите формулу для нахождения координат середины отрезка

Решите задачи

1. Точка К делит отрезок MN в отношении |MK| : |KN| =1:2. Найти координаты точки К, если М(7; 4; -3), N(-3; 9; 1).
2. Началом отрезка служит точка А(-3; -5), а серединой – точка С(3; -2). Найти координаты конца отрезка – точку В.
3. Найти длину медианы АМ треугольника с вершинами А(7; -4; 0), В(-1; 8; 6), С(-12; -1; 4).

**Литература:** Лисичкин В.Т. Математика в задачах с решениями: учебное пособие, Лань 2020. с.132 -135

 Режим доступа: <https://e.lanbook.com/reader/book/126952>

**Срок выполнения – до 14 декабря 2020г.**

**Выполненные задания присылать на электронную почту:**

2021.ivanova@mail.ru

**Тема письма: Воробьев А., ОЖЭС-112, 12 декабря**

**Прямоугольная декартова система координат на плоскости**

Две перпендикулярные оси на плоскости с общим началом и одинаковой масштабной единицей образуют ***декартову прямоугольную систему координат на плоскости***. Одна из этих осей называется осью *Ox*, или ***осью абсцисс***, другую - осью *Oy*, или ***осью ординат***. Эти оси называются также координатными осями.

Точка М имеет координаты x и y, обозначается так: M(x, y).

Как определить координаты точки М?

Проведём через точку *М* прямую, перпендикулярную оси *Ox*. Эта прямая пересекает ось *Ox* в точке *M*x. Проведём через точку *М* прямую, перпендикулярную оси *Oy*. Эта прямая пересекает ось *Oy* в точке *M*y.



**Прямоугольная декартова система координат в пространстве**

Три взаимно перпендикулярные оси в пространстве (координатные оси) с общим началом *O* и одинаковой масштабной единицей образуют ***декартову прямоугольную систему координат в пространстве***.

Одну из указанных осей называют осью *Ox*, или ***осью абсцисс***, другую - осью *Oy*, или ***осью ординат***, третью - осью *Oz*, или ***осью аппликат***. Пусть *M*x, *M*y *M*z - проекции произвольной точки *М* пространства на оси *Ox*, *Oy* и *Oz* соответственно.

Проведём через точку *М* плоскость, перпендикулярную оси *Ox*. Эта плоскость пересекает ось *Ox* в точке *M*x. Проведём через точку *М* плоскость, перпендикулярную оси *Oy*. Эта плоскость пересекает ось *Oy* в точке *M*y. Проведём через точку *М* плоскость, перпендикулярную оси *Oz*. Эта плоскость пересекает ось *Oz* в точке *M*z.



Декартовыми прямоугольными координатами точки *М* (х, у,z)

Декартовы координаты *x*, *y* и *z* точки *М* называются соответственно её ***абсциссой***,  ***ординатой*** и ***аппликатой***.

Попарно взятые координатные оси располагаются в координатных плоскостях *xOy*, *yOz* и *zOx*.

### Расстояние между двумя точками

|  |  |
| --- | --- |
| На плоскостиДаны две точки на плоскости с координатами *A* (*x*1*, y*1) и *B* (*x*2*, y*2).    | В пространстве |
| 9 | http://math4school.ru/files/0/1/7/17/spravochnik/dekartova_sistema_koordinat_06.png |
| Из треугольника ABC:https://lms2.sseu.ru/courses/eresmat/course1/razd9z1/par9_1z1.files/image024.gif | $d=AB=\sqrt{(x\_{A}-x\_{B})^{2}+(y\_{A}-y\_{B})^{2}+(z\_{A}-z\_{B})^{2}}$ |
| Общее правило вычисления расстояния между двумя точками (длина отрезка): **Расстояние между точками равно корню квадратному из суммы квадратов разностей их соответствующих координат.** |

**Деление отрезка в данном отношении (на плоскости)**

Пусть даны две точки *M*1 (*x*1*, y*1) и *M*2 (*x*2, *y*2).

**Формулы для нахождения координат середины отрезка.**

 ,   

Найдем на отрезке *M*1*M*2 точку *N*, которая делила бы данный отрезок в отношении : .



По теореме о пропорциональности отрезков прямых, пересеченных рядом параллельных прямых, получим

,

,

              

Координаты точки, делящей отрезок в данном отношении, находятся по формулам.

$x= \frac{x\_{1}+λx\_{2}}{1+λ}$$y= \frac{y\_{1}+λy\_{2}}{1+λ}$

Частный случай: если ** = 1 , то деление отрезка производится пополам:

 ,  - формулы для нахождения координат середины отрезка.

**Деление отрезка в данном отношении (в пространстве)**

Пусть даны две точки *M*1 (*x*1*, y*1, z1) и *M*2 (*x*2, *y*2, z2).

Точка N лежит на отрезке *M*1*M*2 и делит отрезок в отношении

$$λ=\frac{М\_{1}N}{NM\_{2}}$$

Координаты точки, делящей отрезок в данном отношении, находятся по формулам.

$x= \frac{x\_{1}+λx\_{2}}{1+λ}$$y= \frac{y\_{1}+λy\_{2}}{1+λ}$$z= \frac{z\_{1}+λz\_{2}}{1+λ}$

**Формулы для нахождения координат середины отрезка.**

$x= \frac{x\_{1}+x\_{2}}{2}$$y= \frac{y\_{1}+y\_{2}}{2}$$z= \frac{z\_{1}+z\_{2}}{2}$

Примеры решения задач

Пример 1. Найти координаты точки С середины отрезка AB заданного точками A(-1, 3, 1) и B(6, 5, -3).

**Решение.**

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| xc =  | xa + xb |  =  | -1 + 6 |  =  | 5 |  = 2,5 |
| 2 | 2 | 2 |

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| yc =  | ya + yb |  =  | 3 + 5 |  =  | 8 |  = 4 |
| 2 | 2 | 2 |

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| zc =  | za + zb |  =  | 1 + (-3) |  =  | -2 |  = -1 |
| 2 | 2 | 2 |
|  |  |  |  |  |  |  |

Ответ: С (2,5; 4; -1)

Пример 2. Найти координаты точки В если известны координаты точки C(1, 5, 2), середины отрезка AB и точки A(-1, 3, 10).

**Решение.**

|  |  |
| --- | --- |
| xc =  | xa + xb |
| 2 |

 => xb = 2xc - xa = 2·1-(-1)=2+1=3

|  |  |
| --- | --- |
| yc =  | ya + yb |
| 2 |

  => yb = 2yc - ya = 2·5-3=10-3=7

|  |  |
| --- | --- |
| zc =  | za + zb |
| 2 |

  => zb = 2zc - za = 2·2-10=4-10=-6

**Ответ:** B(3, 7, -6).

Пример 3. Найти расстояние между точками A(-1, 3, 3) и B(6, 2, -2).

**Решение.**

AB = $\sqrt{(x\_{b} - x\_{a})^{2} + (y\_{b} - y\_{a}) ^{2}+ (z\_{b} - z\_{a})^{2}} =$
= $\sqrt{(6 - (-1))^{2} + (2 - 3)^{2} + (-2 - 3)^{2}}$ = $\sqrt{7^{2} + 1^{2} + 5^{2}}$ = $\sqrt{75 }$= 5$\sqrt{3}$

**Ответ:** AB = 5$\sqrt{3}$.

Пример 4. Найти координаты точки , делящей отрезок АВ в отношении 1:3 если известны точки А(5; 3), В(-3; -1)

**Решение**: В данной задаче . По формулам деления отрезка в данном отношении, найдём точку :


**Ответ**: М (3; 2)

В задаче не требуется строить чертежа, но его всегда полезно выполнить на черновике:

****