Тема: Прямоугольная (декартовая) система координат в пространстве. Формула расстояния между двумя точками

Задание:

1. Запишите определение прямоугольной (декартовой) системы координат в пространстве.

2. Запишите формулу расстояния между точками на плоскости (в пространстве)

3. Запишите формулу деления отрезка в данном отношении на плоскости (в пространстве)

4. Запишите формулу для нахождения координат середины отрезка

Решите задачи

1. Точка К делит отрезок MN в отношении |MK| : |KN| =1:2. Найти координаты точки К, если М(7; 4; -3), N(-3; 9; 1).
2. Началом отрезка служит точка А(-3; -5), а серединой – точка С(3; -2). Найти координаты конца отрезка – точку В.
3. Найти длину медианы АМ треугольника с вершинами А(7; -4; 0), В(-1; 8; 6), С(-12; -1; 4).

**Литература:** Лисичкин В.Т. Математика в задачах с решениями: учебное пособие, Лань 2020. с.132 -135

Режим доступа: <https://e.lanbook.com/reader/book/126952>

**Срок выполнения – до 14 декабря 2020г.**

**Выполненные задания присылать на электронную почту:**

[2021.ivanova@mail.ru](mailto:2021.ivanova@mail.ru)

**Тема письма: Воробьев А., ОЖЭС-112, 12 декабря**

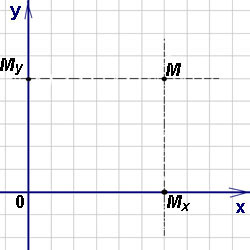
**Прямоугольная декартова система координат на плоскости**

Две перпендикулярные оси на плоскости с общим началом и одинаковой масштабной единицей образуют ***декартову прямоугольную систему координат на плоскости***. Одна из этих осей называется осью *Ox*, или ***осью абсцисс***, другую - осью *Oy*, или ***осью ординат***. Эти оси называются также координатными осями.

Точка М имеет координаты x и y, обозначается так: M(x, y).

Как определить координаты точки М?

Проведём через точку *М* прямую, перпендикулярную оси *Ox*. Эта прямая пересекает ось *Ox* в точке *M*x. Проведём через точку *М* прямую, перпендикулярную оси *Oy*. Эта прямая пересекает ось *Oy* в точке *M*y.

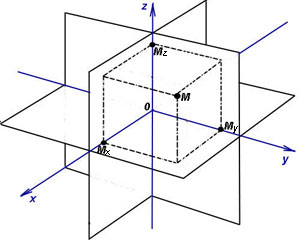


**Прямоугольная декартова система координат в пространстве**

Три взаимно перпендикулярные оси в пространстве (координатные оси) с общим началом *O* и одинаковой масштабной единицей образуют ***декартову прямоугольную систему координат в пространстве***.

Одну из указанных осей называют осью *Ox*, или ***осью абсцисс***, другую - осью *Oy*, или ***осью ординат***, третью - осью *Oz*, или ***осью аппликат***. Пусть *M*x, *M*y *M*z - проекции произвольной точки *М* пространства на оси *Ox*, *Oy* и *Oz* соответственно.

Проведём через точку *М* плоскость, перпендикулярную оси *Ox*. Эта плоскость пересекает ось *Ox* в точке *M*x. Проведём через точку *М* плоскость, перпендикулярную оси *Oy*. Эта плоскость пересекает ось *Oy* в точке *M*y. Проведём через точку *М* плоскость, перпендикулярную оси *Oz*. Эта плоскость пересекает ось *Oz* в точке *M*z.



Декартовыми прямоугольными координатами точки *М* (х, у,z)

Декартовы координаты *x*, *y* и *z* точки *М* называются соответственно её ***абсциссой***,  ***ординатой*** и ***аппликатой***.

Попарно взятые координатные оси располагаются в координатных плоскостях *xOy*, *yOz* и *zOx*.

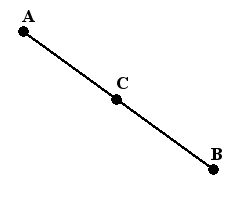
### Расстояние между двумя точками

|  |  |
| --- | --- |
| На плоскости  Даны две точки на плоскости с координатами *A* (*x*1*, y*1) и *B* (*x*2*, y*2). | В пространстве |
| 9 | http://math4school.ru/files/0/1/7/17/spravochnik/dekartova_sistema_koordinat_06.png |
| Из треугольника ABC:  https://lms2.sseu.ru/courses/eresmat/course1/razd9z1/par9_1z1.files/image024.gif |  |
| Общее правило вычисления расстояния между двумя точками (длина отрезка):  **Расстояние между точками равно корню квадратному из суммы квадратов разностей их соответствующих координат.** | |

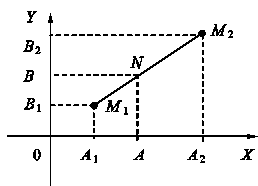
**Деление отрезка в данном отношении (на плоскости)**

Пусть даны две точки *M*1 (*x*1*, y*1) и *M*2 (*x*2, *y*2).

**Формулы для нахождения координат середины отрезка.**

https://lms2.sseu.ru/courses/eresmat/course1/razd9z1/par9_1z1.files/image040.gif , https://lms2.sseu.ru/courses/eresmat/course1/razd9z1/par9_1z1.files/image042.gif  

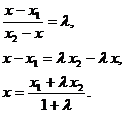
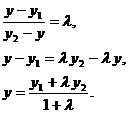
Найдем на отрезке *M*1*M*2 точку *N*, которая делила бы данный отрезок в отношении https://lms2.sseu.ru/courses/eresmat/course1/razd9z1/par9_1z1.files/image026.gif: https://lms2.sseu.ru/courses/eresmat/course1/razd9z1/par9_1z1.files/image028.gif.



По теореме о пропорциональности отрезков прямых, пересеченных рядом параллельных прямых, получим

https://lms2.sseu.ru/courses/eresmat/course1/razd9z1/par9_1z1.files/image032.gif,

https://lms2.sseu.ru/courses/eresmat/course1/razd9z1/par9_1z1.files/image034.gif,

Координаты точки, делящей отрезок в данном отношении, находятся по формулам.

Частный случай: если ** = 1 , то деление отрезка производится пополам:

https://lms2.sseu.ru/courses/eresmat/course1/razd9z1/par9_1z1.files/image040.gif , https://lms2.sseu.ru/courses/eresmat/course1/razd9z1/par9_1z1.files/image042.gif - формулы для нахождения координат середины отрезка.

**Деление отрезка в данном отношении (в пространстве)**

Пусть даны две точки *M*1 (*x*1*, y*1, z1) и *M*2 (*x*2, *y*2, z2).

Точка N лежит на отрезке *M*1*M*2 и делит отрезок в отношении

Координаты точки, делящей отрезок в данном отношении, находятся по формулам.

**Формулы для нахождения координат середины отрезка.**

Примеры решения задач

Пример 1. Найти координаты точки С середины отрезка AB заданного точками A(-1, 3, 1) и B(6, 5, -3).

**Решение.**

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| xc = | xa + xb | = | -1 + 6 | = | 5 | = 2,5 |
| 2 | 2 | 2 |

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| yc = | ya + yb | = | 3 + 5 | = | 8 | = 4 |
| 2 | 2 | 2 |

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| zc = | za + zb | = | 1 + (-3) | = | -2 | = -1 |
| 2 | 2 | 2 |
|  |  |  |  |  |  |  |

Ответ: С (2,5; 4; -1)

Пример 2. Найти координаты точки В если известны координаты точки C(1, 5, 2), середины отрезка AB и точки A(-1, 3, 10).

**Решение.**

|  |  |
| --- | --- |
| xc = | xa + xb |
| 2 |

=> xb = 2xc - xa = 2·1-(-1)=2+1=3

|  |  |
| --- | --- |
| yc = | ya + yb |
| 2 |

 => yb = 2yc - ya = 2·5-3=10-3=7

|  |  |
| --- | --- |
| zc = | za + zb |
| 2 |

 => zb = 2zc - za = 2·2-10=4-10=-6

**Ответ:** B(3, 7, -6).

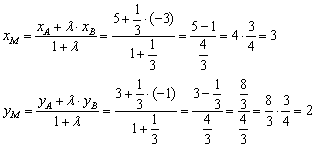
Пример 3. Найти расстояние между точками A(-1, 3, 3) и B(6, 2, -2).

**Решение.**

AB =   
=  =  = = 5

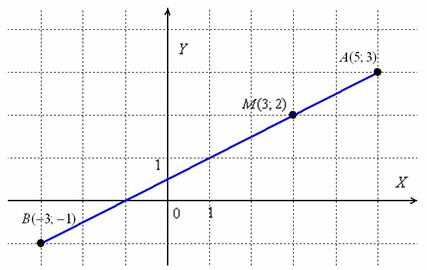
**Ответ:** AB = 5.

Пример 4. Найти координаты точки http://mathprofi.ru/d/delenie_otrezka_v_dannom_otnoshenii_clip_image043.gif, делящей отрезок АВ в отношении 1:3 если известны точки А(5; 3), В(-3; -1)

**Решение**: В данной задаче http://mathprofi.ru/d/delenie_otrezka_v_dannom_otnoshenii_clip_image050.gif. По формулам деления отрезка в данном отношении, найдём точку http://mathprofi.ru/d/delenie_otrezka_v_dannom_otnoshenii_clip_image037_0000.gif:  


**Ответ**: М (3; 2)

В задаче не требуется строить чертежа, но его всегда полезно выполнить на черновике:

****