**Тема:** Предел функции в точке. Свойства предела. Раскрытие неопределенностей

**Задания:**

1. **Изучить материал и ответить на вопросы, сделав конспект. Разобрать решение всех примеров, которые приведены в лекции.**

- Предел, обозначение предела. Теоремы о пределах

- Записать основные формулы вычисления предела.

- Разобрать примеры предела при «икс» стремящегося к числу и бесконечности.

**2. Вычислить пределы**

а) ) б) 

в)  г) 

 д)  ; е) 

 ж)  з) 

**Литература:** Электронная библиотека «Юрайт»

1. Богомолов, Н. В.  Математика. Задачи с решениями в 2 т : учебное пособие для среднего профессионального образования / Н. В. Богомолов. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2016. , стр. 10-14.

<https://urait.ru/viewer/matematika-zadachi-s-resheniyami-v-2-t-386520#page/375>

**Срок выполнения – 04 декабря 2020г.**

**Выполненные задания присылать на электронную почту:**

**2021.ivanova@mail.ru**

Название файла, например: **Воробьев А., ОЖЭС-211, 3 декабря**

**Предел. Вычисление пределов.**

Рассмотрим предел 

**Любой предел состоит из трех частей**:

1) Значка предела .

2) Записи под значком предела, в данном случае . Запись читается «икс стремится к единице». Чаще всего – именно , хотя вместо «икса» на практике встречаются и другие переменные. В практических заданиях на месте единицы может находиться совершенно любое число, а также бесконечность ().

3) Функции под знаком предела, в данном случае .

Сама запись  читается так: «предел функции  при икс стремящемся к единице».

Разберем следующий важный вопрос – а что значит выражение «икс **стремится** к единице»? И что вообще такое «стремится»?

Понятие предела – это понятие, если так можно сказать, **динамическое**. Построим последовательность: сначала , затем , , …, , ….
То есть выражение «икс **стремится** к единице» следует понимать так – «икс» последовательно принимает значения, **которые бесконечно близко приближаются к единице и практически с ней совпадают**.

Исходя из вышесказанного, нужно просто подставить единицу в функцию, стоящую под знаком предела:



Итак, первое правило:**Когда дан любой предел, сначала просто пытаемся подставить число в функцию**.

Мы рассмотрели простейший предел, когда «икс» стремится к числу (число подставляем в функцию и получаем ответ.

**свойства пределов.**

 , где *k* – коэффициент.



где С- константа (число)

Пример с бесконечностью:



Разбираемся, что такое ? Это тот случай, когда  неограниченно возрастает, то есть: сначала , потом , потом , затем  и так далее до бесконечности.

А что в это время происходит с функцией ?
, , , …

**Итак: если , то функция  стремится к минус бесконечности**:



**Грубо говоря, согласно нашему первому правилу, мы вместо «икса» подставляем в функцию   бесконечность и получаем ответ**.

Еще один пример с бесконечностью:



Опять начинаем увеличивать  до бесконечности и смотрим на поведение функции:


**Вывод: при  функция   неограниченно возрастает**:

, (т.е.)

Еще разберем несколько примеров:

Пожалуйста, попытайтесь самостоятельно мысленно проанализировать нижеследующее и **запомните** (записать) простейшие виды пределов:

,  ,  ,

,  ,  ,

,  ,  ,  

Если где-нибудь есть сомнения, то можете взять в руки калькулятор и немного потренироваться.
В том случае, если ****, попробуйте построить последовательность  , , . Если , то  , , .

Также обратите внимание на следующую вещь. Даже если дан предел с большим числом вверху, да хоть с миллионом: , то все равно , **так как рано или поздно «икс» начнёт принимать такие гигантские значения, что миллион по сравнению с ними будет самым настоящим микробом**.

Что нужно запомнить и понять из вышесказанного?

**1) Когда дан любой предел, сначала просто пытаемся подставить число в функцию.**

**2) Вы должны понимать и сразу решать простейшие пределы, такие как , ,  и т.д.**

**Пределы с неопределенностью вида  и метод их решения**

Сейчас мы рассмотрим группу пределов, когда ****, а функция представляет собой дробь, в числителе и знаменателе которой находятся многочлены

**Пример 1:**

Вычислить предел 

Согласно нашему правилу попытаемся подставить бесконечность в функцию. Что у нас получается в числителе? Бесконечность. А что получается в знаменателе? Тоже бесконечность. Таким образом, у нас есть так называемая неопределенность вида . Как решать пределы данного типа?

Сначала мы смотрим на числитель и находим  в старшей степени:

Старшая степень в числителе равна двум.

Теперь смотрим на знаменатель и тоже находим  в старшей степени:

Старшая степень знаменателя равна двум.

Затем мы выбираем самую старшую степень числителя и знаменателя: в данном примере они совпадают и равны двойке.

Итак, метод решения следующий: **для того, чтобы раскрыть неопределенность  необходимо разделить числитель и знаменатель на  в старшей степени**.


Разделим числитель и знаменатель на 


Ответ .

**Что принципиально важно в оформлении решения?**

Во-первых, указываем неопределенность, если она есть.

Во-вторых, желательно прервать решение для промежуточных объяснений. Можно использовать знак , он не несет никакого математического смысла, а обозначает, что решение прервано для промежуточного объяснения.

В-третьих, в пределе желательно помечать, что и куда стремится. Когда работа оформляется от руки, удобнее это сделать так:


**Пример 2**

Найти предел 

Снова в числителе и знаменателе находим  в старшей степени:


Максимальная степень в числителе: 3

Максимальная степень в знаменателе: 4

Выбираем **наибольшее** значение, в данном случае четверку.

Согласно нашему алгоритму, для раскрытия неопределенности  делим числитель и знаменатель на .

Полное оформление задания может выглядеть так:



Разделим числитель и знаменатель на 



**Пример 3**

Найти предел 

Максимальная степень «икса» в числителе: 2

Максимальная степень «икса» в знаменателе: 1 ( можно записать как )

Для раскрытия неопределенности  необходимо разделить числитель и знаменатель на . Чистовой вариант решения может выглядеть так:



Разделим числитель и знаменатель на 



Под записью  подразумевается не деление на ноль (делить на ноль нельзя), а деление на бесконечно малое число.

Таким образом, при раскрытии неопределенности вида  у нас может получиться *конечное число*, ноль или бесконечность.