Тема: Понятие комплексного числа. Действия с комплексными числами. Комплексы электрических величин. Законы Кирхгофа в комплексной форме. Комплексный метод расчета цепей при смешанном соединении активных и реактивных элементов. Расчет цепей со смешанным соединением активных и реактивных элементом комплексным (символическим) методом.

Задание: Изучить изложенный материал, разобрать и записать в конспект, решенную задачу, решить задачу для самостоятельного решения.

Одним из способов расчета цепей переменного тока является комплексный, или еще как говорят, символический метод расчета. Этот метод применяется при анализе схем с гармоническими ЭДС, напряжениями и токами. В результате решения получают комплексное значение токов и напряжений, используя для решения любые методы (эквивалентных преобразований, контурных токов, узловых потенциалов и т.п.). Но для начала необходимо иметь понятие, в каких именно формах может представляться синусоидальная величина. 1. Одна из форм представления – это вращающийся вектор (см. рис.1):

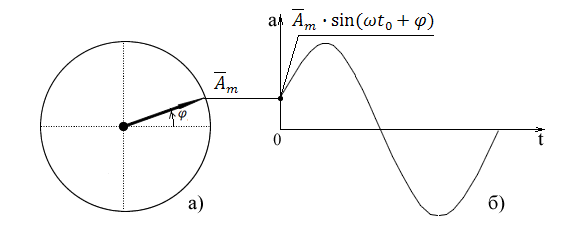
[](https://electrikam.com/wp-content/uploads/2017/06/vector.gif)

Рис.1. Вращающийся вектор

С помощью рисунка ясно видно, как с течением времени меняется значение синусоидальной величины. В нашем случае – это величина **а** на графике, которая может быть, например, входным напряжением. Величина имеет некоторое начальное значение при t = 0 при ***начальной фазе φ***

[https://electrikam.com/wp-content/uploads/2017/06/1.png](https://electrikam.com/wp-content/uploads/2017/06/1.png)

имеет положительное максимальное значение при угле **ωt3**, когда при времени **t3** сумма **ωt3 + *φ = 90°*** и соответственно,

[https://electrikam.com/wp-content/uploads/2017/06/5.png](https://electrikam.com/wp-content/uploads/2017/06/5.png)

имеет отрицательное максимальное значение при угле **ωt7**, когда при времени **t7** сумма углов **ωt7 + *φ = 270°***и, соответственно,

[https://electrikam.com/wp-content/uploads/2017/06/9.png](https://electrikam.com/wp-content/uploads/2017/06/9.png)

и имеет два нулевых значения при **ωtn + *φ = 0***, когда **ωtn = —*φ***(на рис.1 эта область не показана и находится слева от начала координат)

и тогда

[https://electrikam.com/wp-content/uploads/2017/06/12.png](https://electrikam.com/wp-content/uploads/2017/06/12.png)

и имеет нулевое значение при угле **ωt11**, когда при времени **t11** сумма **ωt11 + *φ = 360°*** и соответственно,

[https://electrikam.com/wp-content/uploads/2017/06/16.png](https://electrikam.com/wp-content/uploads/2017/06/16.png)

Именно по такому закону и меняется привычное нам переменное напряжение 220 В, изменяясь по синусоидальному закону от  значения  0 В до максимальных 311 В и обратно.

2. Другая форма представления – ***это комплексное число***. Чтобы представить ранее рассмотренную форму представления синусоидальной величины, которая имеет некоторую начальную фазу φ, создают комплексную плоскость в виде графика зависимости двух величин (рис.2)

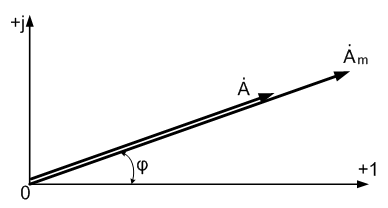
[](https://electrikam.com/wp-content/uploads/2017/06/kompleksnaya_ploskostpng.png)

Рис.2. Комплексное число на комплексной плоскости

Длина вектора Am на такой комплексной плоскости равна амплитуде (максимальному значению) рассматриваемой величины. С учетом начальной фазы ***φ*** такое число записывают как [https://electrikam.com/wp-content/uploads/2017/06/17.png](https://electrikam.com/wp-content/uploads/2017/06/17.png).

На практике при использовании для расчетов символического (комплексного) метода расчета используют для некоторых удобств не амплитудное значение величины, а так называемое действующее значение. Его величина в корень из двух раз меньше амплитудного и обозначается без индекса m, т.е. равна

[действующее значение](https://electrikam.com/wp-content/uploads/2017/06/18.png)

На рисунке выше этот вектор также показан.  
Например, при том же нашем напряжении в сети, максимальное значение синусоидально изменяющегося напряжения равно 311 В, а действующее значение, к значению которого мы привыкли

[Действующее значение напряжения](https://electrikam.com/wp-content/uploads/2017/06/19.png)

При работе с комплексными числами и расчетов применяют различные формы записи комплексного числа. Например, при сложении комплексных чисел удобнее использовать алгебраическую форму записи таких чисел, а при умножении или делении – показательную форму записи. В некоторых случаях пишут тригонометрическую форму.  
Итак, три формы записи комплексного числа:

1) показательная форма в виде

[Показательная форма комплексного числа](https://electrikam.com/wp-content/uploads/2017/06/20.png)

2) тригонометрическая форма в виде

[Тригонометрическая форма комплексного числа](https://electrikam.com/wp-content/uploads/2017/06/21.png)

3) алгебраическая форма

[Алгебраическая форма комплексного числа](https://electrikam.com/wp-content/uploads/2017/06/22.png)

где ReA — это действительная составляющая комплексного числа, ImA — мнимая составляющая.

Например, имеем комплексное число в показательной форме вида

[https://electrikam.com/wp-content/uploads/2017/06/25.png](https://electrikam.com/wp-content/uploads/2017/06/25.png)

в тригонометрической форме записи это запишется как

[https://electrikam.com/wp-content/uploads/2017/06/26.png](https://electrikam.com/wp-content/uploads/2017/06/26.png)

при подсчете получим число, плавно переходящее в алгебраическую форму с учетом того, что

[https://electrikam.com/wp-content/uploads/2017/06/27.png](https://electrikam.com/wp-content/uploads/2017/06/27.png)

[https://electrikam.com/wp-content/uploads/2017/06/28.png](https://electrikam.com/wp-content/uploads/2017/06/28.png)

В итоге получим

[https://electrikam.com/wp-content/uploads/2017/06/29.png](https://electrikam.com/wp-content/uploads/2017/06/29.png)

где [https://electrikam.com/wp-content/uploads/2017/06/30.png](https://electrikam.com/wp-content/uploads/2017/06/30.png)

При переходе от алгебраической формы к показательной комплексное число вида

[https://electrikam.com/wp-content/uploads/2017/06/31.png](https://electrikam.com/wp-content/uploads/2017/06/31.png)

переходит к показательному виду  по следующим преобразованиям

[https://electrikam.com/wp-content/uploads/2017/06/32.png](https://electrikam.com/wp-content/uploads/2017/06/32.png)

а угол

[https://electrikam.com/wp-content/uploads/2017/06/33.png](https://electrikam.com/wp-content/uploads/2017/06/33.png)

Таким образом, и получим

[https://electrikam.com/wp-content/uploads/2017/06/34.png](https://electrikam.com/wp-content/uploads/2017/06/34.png)

Перейдем к рассмотрению несложных примеров использования  символического, или по-другому, комплексного метода расчета электрических цепей. Составим небольшой алгоритм комплексного метода:

* + - Составить комплексную схему, заменяя мгновенные значения ЭДС, напряжений и токов их комплексным видом
    - В полученной схеме произвольно выбирают направления токов в ветвях и обозначают их на схеме.
    - При необходимости составляют комплексные уравнения по выбранному методу решения.
    - Решают уравнения относительно комплексного значения искомой величины.
    - Если требуется, записывают мгновенные значения найденных комплексных величин.

*Пример 1.*В схеме рис.3 закон изменения ЭДС ***e = 141sin\*ωt***. Сопротивления R1 = 3 Ом, R2 = 2 Ом, L = 38,22 мГн, С = 1061,6 мкФ. Частота f = 50 Гц. Решить символическим методом. Найти ток и напряжения на элементах. Проверить 2-ой закон Кирхгофа для цепи.

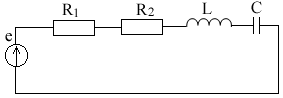
[](https://electrikam.com/wp-content/uploads/2017/06/%D1%80%D0%B8%D1%813.png)

Рис.3. Схема с последовательным соединением элементов

Составляем комплексную схему, обозначив комплексные токи и напряжения (рис.4):

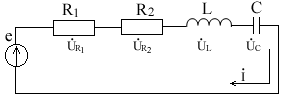
[](https://electrikam.com/wp-content/uploads/2017/06/%D1%80%D0%B8%D1%814.png)

Рис.4. Схема с комплексными обозначениями

По закону Ома ток в цепи равен

[Закон ома в комплексной форме](https://electrikam.com/wp-content/uploads/2017/06/36.png)

где U — комплексное входное напряжение, Z — полное сопротивление всей цепи. Комплекс входного напряжения находим как

[https://electrikam.com/wp-content/uploads/2017/06/37.png](https://electrikam.com/wp-content/uploads/2017/06/37.png)

*Пояснение: здесь начальная фаза* φ = 0°, *так как  общее выражение для мгновенного значения напряжение вида* [https://electrikam.com/wp-content/uploads/2017/06/39.png](https://electrikam.com/wp-content/uploads/2017/06/39.png)приφ = 0° *равно*

[https://electrikam.com/wp-content/uploads/2017/06/40.png](https://electrikam.com/wp-content/uploads/2017/06/40.png)

Со*ответственно, комплекс входного напряжения в показательной форме запишется как*

[https://electrikam.com/wp-content/uploads/2017/06/41.png](https://electrikam.com/wp-content/uploads/2017/06/41.png)

Полное комплексное сопротивление цепи в общем виде

[https://electrikam.com/wp-content/uploads/2017/06/42.png](https://electrikam.com/wp-content/uploads/2017/06/42.png)

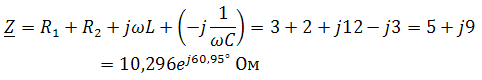
Находим комплексное сопротивление индуктивности

[https://electrikam.com/wp-content/uploads/2017/06/43.png](https://electrikam.com/wp-content/uploads/2017/06/43.png)

Находим комплексное сопротивление емкости

[https://electrikam.com/wp-content/uploads/2017/06/44.png](https://electrikam.com/wp-content/uploads/2017/06/44.png)

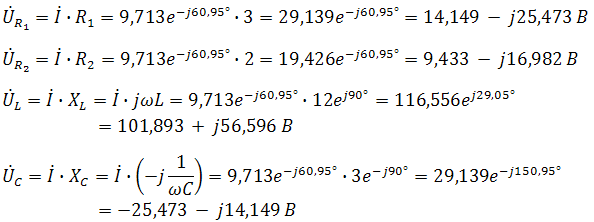
Соответственно, общее комплексное сопротивление цепи

[](https://electrikam.com/wp-content/uploads/2017/06/45.png)

Ток в цепи

[https://electrikam.com/wp-content/uploads/2017/06/46.png](https://electrikam.com/wp-content/uploads/2017/06/46.png)

Комплексные напряжения на элементах

[](https://electrikam.com/wp-content/uploads/2017/06/47.png)

Проверяем второй закон Кирхгофа для замкнутого контура, т.е. должно выполняться равенство [https://electrikam.com/wp-content/uploads/2017/06/48.png](https://electrikam.com/wp-content/uploads/2017/06/48.png)

Проверяем

[https://electrikam.com/wp-content/uploads/2017/06/49.png](https://electrikam.com/wp-content/uploads/2017/06/49.png)

С небольшим расхождением из-за округлений промежуточных вычислений всё верно.

*Пример 2.* В электрической цепи (рис.5) однофазного синусоидального тока, схема и параметры элементов которой заданы для каждого варианта в таблице, определить:  
1)  полное сопротивление электрической цепи и его характер;  
2)  действующие значения токов в ветвях;  
3) показания вольтметра и ваттметра;

Исходные данные: Е = 220 В, f = 50 Гц, L1 = 38,2 мГн, R2 = 6 Ом, С2 = 318 мкФ, L2 = 47,7 мГн, R3 = 10 Ом, С3 = 300 мкФ.

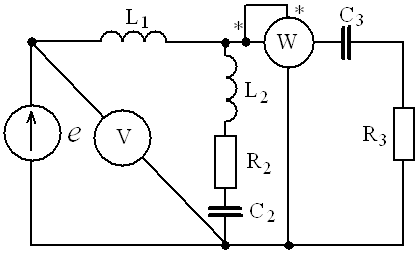
[](https://electrikam.com/wp-content/uploads/2017/06/%D1%80%D0%B8%D1%815.png)

Рис.5.Цепь однофвзного синусоидального тока

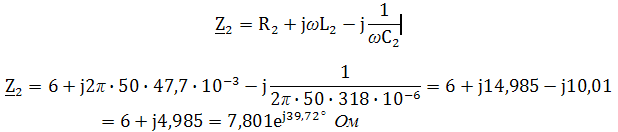
Решение:  
1.  Находим комплексные сопротивления ветвей и всей цепи:  
Учитываем, что

[https://electrikam.com/wp-content/uploads/2017/06/50.png](https://electrikam.com/wp-content/uploads/2017/06/50.png)

Комплексное сопротивление первой ветви:

[https://electrikam.com/wp-content/uploads/2017/06/51.png](https://electrikam.com/wp-content/uploads/2017/06/51.png)

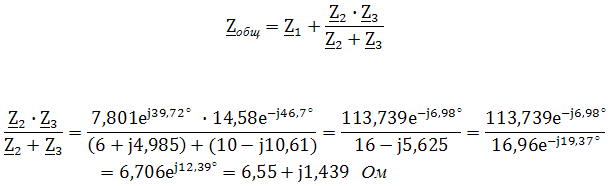
Комплексное сопротивление второй ветви:

[](https://electrikam.com/wp-content/uploads/2017/06/52.png)

Комплексное сопротивление третьей ветви:

[https://electrikam.com/wp-content/uploads/2017/06/53.png](https://electrikam.com/wp-content/uploads/2017/06/53.png)

Общее сопротивление цепи

[](https://electrikam.com/wp-content/uploads/2017/06/54.png)

Откуда

[https://electrikam.com/wp-content/uploads/2017/06/55.png](https://electrikam.com/wp-content/uploads/2017/06/55.png)

[https://electrikam.com/wp-content/uploads/2017/06/56.png](https://electrikam.com/wp-content/uploads/2017/06/56.png)— нагрузка носит активно-индуктивный характер

2. Находим действующие значения токов в ветвях:

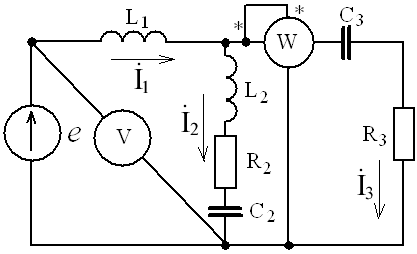
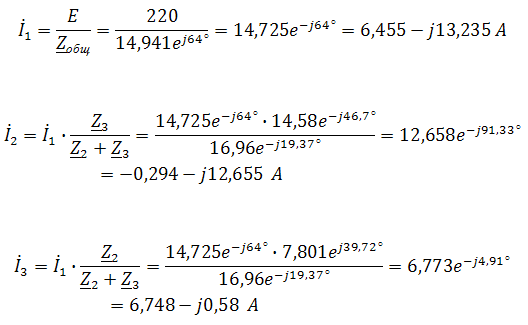
[](https://electrikam.com/wp-content/uploads/2017/06/%D1%80%D0%B8%D1%816.png)

Рис.6. Схема с обозначенными комплексными токами

[](https://electrikam.com/wp-content/uploads/2017/06/57.png)

Действующие значения, соответственно,

[https://electrikam.com/wp-content/uploads/2017/06/58.png](https://electrikam.com/wp-content/uploads/2017/06/58.png)

3. Определим показания приборов:  
Вольтметр подключен по схеме параллельно источнику питания. Соответственно его показание равно:  
U=220 В  
Ваттметр включен токовой обмоткой в разрыв третьей ветви, а обмоткой напряжения также к выводам третьей ветви, измеряя, таким образом,  активную мощность третьей ветви. Эта мощность равна мощности на сопротивлении R3. Его показания:

[https://electrikam.com/wp-content/uploads/2017/06/59.png](https://electrikam.com/wp-content/uploads/2017/06/59.png)

Задачи для самостоятельного решения:

Необходимо определить общий ток в разветвленной цепи переменного тока, представляя физические величины в комплексном виде.

2. Начертить принципиальную схему своего варианта.

**варианты № 1,7,13,19,25 варианты № 2,8,14,20**

**i2 R2 Xc2**   **i2 R2 XL2**

**i1 R1 ХL1**  **i1 R1 XL1 Xc1**

**u**  **i3 R3 XL3 Xc3 u i3  R3 Xc3**

**варианты № 3,9,15,21 варианты № 4,10,16,22**

**i2 R2**   **i2 R2 Xc2 XL2**

**i1 R1 Хc1**  **i1 R1**

**u**  **i3 R3 XL3 Xc3 u i3  R3 XL3**

**варианты № 5,11,17,23 варианты № 6,12,18,24**

**i2 R2  Хc2**   **i2 R2 Xc2 XL2**

**i1 R1**  **i1 R1 XL1**

**u**  **i3 R3 XL3 Xc3 u i3  R3**

3. Переписать из таблицы данные своего варианта, которые выбираются в соответствии со схемой варианта.

4. Выполнить расчет, в соответствии с предлагаемым методом, применяя следующие формулы:

**Z = √ R2 + XL2** ; **Z = √ R2 + Xc2** ; **Z = √ R2 + (XL -Xc)2** ; **tgφ = XL /** **R**; **tgφ = Xc /** **R**; **tgφ = (XL-Xc) /** **R**;  **Z = R + j(XL – Xc)**; **Z = R + jXL** ;**Z = R - jXc**; **Z = |Z|ejφ**; **U= Um/**√2

**Z23 = Z2Z3/(Z2+Z3)** ; **İ** = **U/Z**

5. Исходные данные.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ | | | | | | | | | | |
| № № варианта | **R1** | **R2** | **R3** | **XL1** | **XL2** | **XL3** | **Xc1** | **Xc2** | **Xc3** | **U** |
| **Ом** | **Ом** | **Ом** | **Oм** | **Ом** | **Ом** | **Ом** | **Ом** | **Ом** | **B** |
| **1,2,3,4,5** | 6 | 20 | 15 | 25 | 32 | 17 | 15 | 11 | 25 | 200 |
| **7,8,9,10,11** | 10 | 15 | 18 | 11 | 31 | 25 | 20 | 14 | 11 | 300 |
| **13,14,15,16,17** | 7 | 10 | 20 | 31 | 25 | 22 | 26 | 16 | 27 | 250 |
| **19,20,21,22,23** | 15 | 8 | 10 | 40 | 28 | 30 | 16 | 10 | 12 | 220 |
| **25, 6, 12, 18, 24** | 20 | 6 | 17 | 47 | 33 | 24 | 14 | 19 | 18 | 320 |

Задание необходимо выполнить до 28.12.2020 и выслано на электронную почту yana.makshanowa@yandex.ru