**ТЕМА**: Случайные величины. Математическое ожидание, дисперсия Среднее квадратическое отклонение случайной величины

Задание:

1. ответьте на вопросы

- Дайте определение математического ожидания дискретной случайной величины и запишите формулу ее нахождения

- Дайте определение дисперсии дискретной случайной величины и запишите формулу ее нахождения.

- Дайте определение среднего квадратического отклонения дискретной случайной величины и запишите формулу ее нахождения.

2. Разберите задачи на нахождение характеристик дискретной случайной величины и выполните задания:

1. Дискретная случайная величина задана своим законом распределения:



Найти 

***Случайной*** называют *величину*, которая в результате испытания примет **одно и только одно** числовое значение, зависящее от случайных факторов и заранее непредсказуемое.

Случайные величины, как правило, **обозначают** через  **\***, а их значения – соответствующими маленькими буквами с подстрочными индексами, например, .

Рассмотрим следующую случайную величину:

 – количество очков, которое выпадет после броска игрального кубика.

В результате данного испытания выпадет **одна и только** одна грань, какая именно – не предсказать; при этом случайная величина  может принять одно из следующий значений:

.

Составим закон распределения вероятностей выпавших на кубике очков имеет следующий вид:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Хi | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| Pi | 1/6 | 1/6 | 1/6 | 1/6 | 1/6 | 1/6 |

Закон распределения полностью описывает случайную величину, однако на практике бывает полезно знать лишь некоторые её ***числовые характеристики***.

**1. Математическое ожидание дискретной случайной величины**

- это *среднеожидаемое значение* при многократном повторении испытаний. Пусть случайная величина  принимает значения с вероятностями соответственно.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Хi | x1 | x2 | X3 | … | xn |
| Pi | p1 | p2 | p3 | … | pn |

Тогда математическое ожидание  данной случайной величины равно *сумме произведений* всех её значений на соответствующие вероятности:



Вычислим, например, математическое ожидание случайной величины  – количества выпавших на игральном кубике очков (таблица распределения приведена выше):

 очка

В чём состоит вероятностный смысл полученного результата? Если подбросить кубик достаточно много раз, то *среднее значение* выпавших очков будет близко к 3,5 – и чем больше провести испытаний, тем ближе.

**Пример**

Мистер ***Z*** играет в европейскую рулетку по следующей системе: постоянно ставит 100 рублей на «красное». Составить закон распределения случайной величины  – его выигрыша. Вычислить математическое ожидание выигрыша. Сколько *в среднем* проигрывает игрок с каждой поставленной сотни?

***Справка****: европейская рулетка содержит 18 красных, 18 чёрных и 1 зелёный сектор («зеро»). В случае выпадения «красного» игроку выплачивается удвоенная ставка, в противном случае она уходит в доход казино*

***Решение****:* Случайная величина Х принимает только 2 значения: выигрыш 100 рублей или их проигрыш. Игрок выигрывает 100 рублей в 18 случаях из 37 и соответственно проигрывает 100 рублей в 19 случаях из 37, и поэтому закон распределения его выигрыша имеет следующий вид:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Хi | 100 | -100 |
| Pi | 18/37 | 19/37 |

*Вычислим математическое ожидание:*

**
*Таким образом, с каждой поставленной сотни игрок в среднем проигрывает 2,7 рубля.*

Пример

Случайная величина  задана своим законом распределения вероятностей:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Хi | -1 | 0 | Х3 | 5 |
| Pi | 0,3 | 0,2 | 0,1 | 0,4 |

Найти , если известно, что . Выполнить проверку.

***Решение****: по определению математического ожидания:*

**
*поменяем части местами и проведём упрощения:*

**
*таким образом:*

**

*Выполним проверку:*

**
*, что и требовалось проверить.*

**2 .** Второй характеристикой случайной величины является **Дисперсия** случайной величины – это  средневзвешенное значение квадратов отклонений. . **Дисперсия не может быть отрицательной**.

### ****Формула для нахождения дисперсии****



**3 характеристика – Среднее квадратическое отклонение** – это величина равная корню квадратному из дисперсии случайной величины. Обозначается греческой буквой «сигма»:


**Пример.** Пусть задан закон распределения случайной величины Х

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Хi | -5 | 2,5 | 10 |
| Pi | 0,5 | 0,4 | 0,1 |

Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение дискретной случайной величины.

1. Найдем математическое ожидание:

М(Х) = .

2. Вычислим дисперсию. Сначала найдём математическое ожидание  – квадрата случайной величины .



В данном случае:



Таким образом, по формуле:



3. Найдем среднее квадратическое отклонение:



Ответ: -0,5; 24,75; 5

**Пример**

Дискретная случайная величина  может принимать только два значения:  и , причём . Известна вероятность , математическое ожидание  и дисперсия .

Найти . Записать закон распределения.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Хi | x1 | x2 |
| Pi | 0,4 | P2 |

**Решение**: Так как случайная величина может принять только два значения, то сумма вероятностей соответствующих событий:



и поскольку , то .

Осталось найти . По определению математического ожидания:

 – подставляем известные величины:

 Перепишем его в привычном направлении:



По формуле вычисления дисперсии:

 – подставляем известные данные:



или: 

Составим и решим систему:



Умножаем оба уравнения на 10:



и разделим оба уравнения на 2:



 Из 1-го уравнения выражаем *х1*:

 – подставляем во 2-е уравнение:


Возводим [в квадрат](http://mathprofi.ru/goryachie_formuly.pdf) и проводим упрощения:


Умножаем на :


В результате получено [квадратное уравнение](http://mathprofi.ru/goryachie_formuly.pdf), находим его дискриминант:
, 

и у нас получается два решения:

1) если , то ;

2) если , то .

Условию  удовлетворяет первая пара значений.

Запишем закон распределения:


**Ответ**: 

**Срок выполнения – до 02 декабря 2020г.**

**Выполненные задания присылать на электронную почту:**

**2021.ivanova@mail.ru**

Название файла, например: **Семенычева К., ОЖПХ-211, 01 декабря**

**Литература:** Электронно-библиотечная система «Лань»

1. Лисичкин, В. Т. Математика в задачах с решениями : учебное пособие URL: <https://e.lanbook.com/reader/book/126952/#463>, стр. 406 - 423.