**Тема:** Случайная величина и закон ее распределения

Задание:

1. ответить на вопросы

- Дать определение случайной величины и дискретной случайной величины.

- Что называют законом распределения дискретной случайной величины.

2. Разобрать задачи на составление закона распределения случайной величины и выполнить задания:

**Задачи:**

1. В цехе работают четыре станка. Вероятность остановки в течение часа каждого из них равна 0,8. Найти закон распределения случайной величины *Х* – числа станков, остановившихся в течение часа.

2. В урне 2 белых и 3 черных шара. Наудачу вынимаются два шара. Случайная величина *X* – число белых шаров среди вынутых. Составить ряд распределения *X*. Построить многоугольник распределения.

3. В магазин зашли четверо лиц. Вероятность того, что любой из посетителей не уйдет без покупки, равна 0,3. Приняв за случайную величину *Х* число лиц, совершивших покупку, составить закон распределения этой величины

Как известно, ***случайной величиной*** называется переменная величина, которая может принимать те или иные значения в зависимости от случая. Случайные величины обозначают заглавными буквами латинского алфавита (X, Y, Z), а их значения – соответствующими строчными буквами (x, y, z). Случайные величины делятся на прерывные (дискретные) и непрерывные.

***Дискретной случайной величиной*** называется случайная величина, принимающая лишь конечное или бесконечное (счетное) множество значений с определенными ненулевыми вероятностями.

***Законом распределения дискретной случайной величины*** называется функция, связывающая значения случайной величины с соответствующими им вероятностями.

**1**. ***Закон распределения может быть задан таблицей:***

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Значения xi | x1 | x2 | x3 | ... | xn |
| Вероятности pi | p1 | p2 | p3 | ... | pn |

События X = xi (i = 1, 2, 3,…,n) являются несовместными и единственно возможными, т.е. они образуют полную систему событий. Поэтому сумма их вероятностей равна единице: **р1+р2+р3+…+рn = ∑pi =1**

Отметим, что для решения некоторых задач не обязательно знать закон распределения. В некоторых случаях достаточно знать одно или несколько чисел, отражающих наиболее важные особенности закона распределения. Это может быть число, имеющее смысл «среднего значения» случайной величины, или же число, показывающее средний размер отклонения случайной величины от своего среднего значения. Числа такого рода называют числовыми характеристиками случайной величины.

***Основные числовые характеристики дискретной случайной величины***:

* ***Mатематическое ожидание*** (среднее значение) дискретной случайной величины **M(X)=Σ xipi**.
* [***Дисперсия***](http://www.ekonomika-st.ru/drugie/metodi/metodi-statistika-1-4.html)дискретной случайной величины **D(X)= M[X–M(X)]2** или **D(X) = M(X2)−[M(X)]2**. Разность X–M(X) называют отклонением случайной величины от ее математического ожидания.  
  Для биномиального распределения D(X)=npq, для распределения Пуассона D(X)=λ
* [***Среднее квадратическое отклонение***](http://www.ekonomika-st.ru/drugie/metodi/metodi-statistika-1-4.html) (стандартное отклонение)  **σ(X)=√D(X)**.

***Примеры решения задач по теме «Закон распределения дискретной случайной величины»***

**Задача 1.**

Выпущено 1000 лотерейных билетов: на 5 из них выпадает выигрыш в сумме 500 рублей, на 10 – выигрыш в 100 рублей, на 20 – выигрыш в 50 рублей, на 50 – выигрыш в 10 рублей. Определить закон распределения вероятностей случайной величины X – выигрыша на один билет.

**Решение.** По условию задачи возможны следующие значения случайной величины X: 0, 10, 50, 100 и 500.

Число билетов без выигрыша равно 1000 – (5+10+20+50) = 915, тогда

P(X=0) = 915/1000 = 0,915.

Аналогично находим все другие вероятности:

P(X=10) = 50/1000=0,05,

P(X=50) = 20/1000=0,02,

P(X=100) = 10/1000=0,01,

P(X=500) = 5/1000=0,005.

Полученный закон представим в виде таблицы:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Значения xi | 0 | 10 | 50 | 100 | 500 |
| Вероятности pi | 0,915 | 0,05 | 0,02 | 0,01 | 0,005 |

**Проверка:** 0,915+0,05+0,02+0,01+0,005 =1

**Задача 2.**

Устройство состоит из трех независимо работающих элементов. Вероятность отказа каждого элемента в одном опыте равна 0,1. Составить закон распределения числа отказавших элементов в одном опыте, построить многоугольник распределения.

**Решение.**

**1.** Дискретная случайная величина X={число отказавших элементов в одном опыте} имеет следующие возможные значения:

х1=0 (ни один из элементов устройства не отказал),

х2=1 (отказал один элемент),

х3=2 (отказало два элемента),

х4=3 (отказали три элемента).

Отказы элементов независимы друг от друга, вероятности отказа каждого элемента равны между собой, поэтому применима [***формула Бернулли***](http://www.ekonomika-st.ru/drugie/metodi/t-ver-1-4.html):

**Pn(k) = Сnk pk qn-k**, где Сnk = n! / k!(n-k)! – [***число сочетаний***](http://www.ekonomika-st.ru/drugie/metodi/t-ver-1-1.html) из n по k,

р – вероятность события А,

q – вероятность противоположного события Ā.

Учитывая, что, по условию, n=3, р=0,1, q = 1-р = 0,9, определим вероятности значений:  
P3(0) = С30p0q3-0 = q3 = 0,93 = 0,729;

P3(1) = С31p1q3-1 = 3\*0,1\*0,92 = 0,243;

P3(2) = С32p2q3-2 = 3\*0,12\*0,9 = 0,027;

P3(3) = С33p3q3-3 = р3=0,13 = 0,001;

Проверка: ∑pi = 0,729+0,243+0,027+0,001=1.

Таким образом, искомый биномиальный закон распределения Х имеет вид:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Значения xi | 0 | 1 | 2 | | 3 |
| Вероятности pi | 0,729 | 0,243 | 0,027 | | 0,001 |
| **график** Для построения многоугольника распределения строим прямоугольную систему координат. | | | | |

По оси абсцисс откладываем возможные значения хi, а по оси ординат – соответствующие им вероятности рi. Построим точки М1(0; 0,729), М2(1; 0,243), М3(2; 0,027), М4(3; 0,001). Соединив эти точки отрезками прямых, получаем искомый многоугольник распределения.

**Срок выполнения – до 01 декабря 2020г.**

**Выполненные задания присылать на электронную почту:**

**2021.ivanova@mail.ru**

**Литература:** Электронно-библиотечная система «Лань»

1. Лисичкин, В. Т. Математика в задачах с решениями : учебное пособие URL: <https://e.lanbook.com/reader/book/126952/#463>, стр. 406 - 423.