**Тема:** Формулы приведения

**Задания:**

1. Запишите формулы приведения

2. Объясните термин «кофункция»

3. Как определить знак перед конечной функцией (плюс или минус)?  
4. Как определить меняется ли функция на кофункцию или нет?

5. Разберите примеры и выполните задания

1. *Найдите значения выражений:*

а) sin 300̊ б) сtg 2280̊ в) cos 840̊

ж) sin2(-330̊ ) – cos2(-120̊ ) –tg2(-240̊ ) +ctg2(-330̊ )

з) 

1. *Упростите выражение:*

а) 

б) 

Литература: Лисичкин В.Т. Математика в задачах с решениями: учебное пособие, Лань 2020. с.42-43

Режим доступа: <https://e.lanbook.com/reader/book/126952>

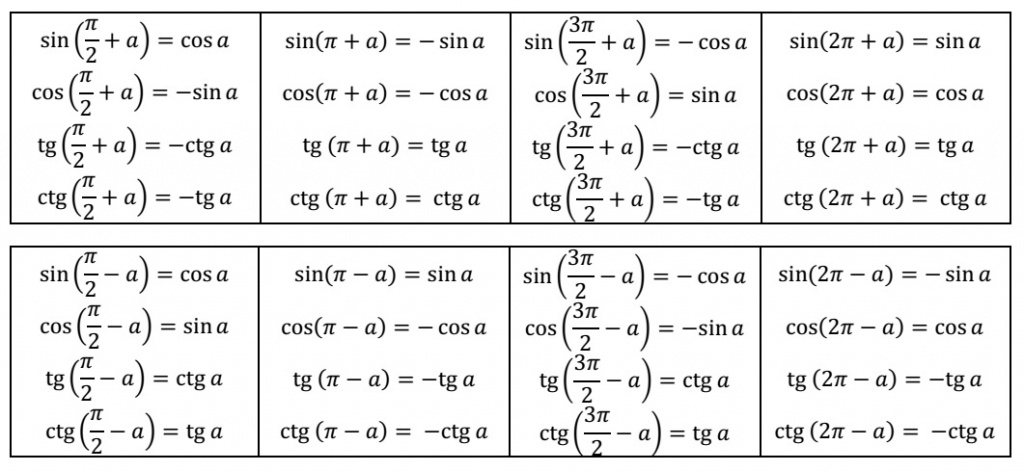
**Срок выполнения – до 20 ноября 2020г.**

**Выполненные задания присылать на электронную почту:**

[**2021.ivanova@mail.ru**](mailto:2021.ivanova@mail.ru)

**Тема письма: Воробьев А., ОЖЭС-111, 18 ноября**

**Формулы приведения.**

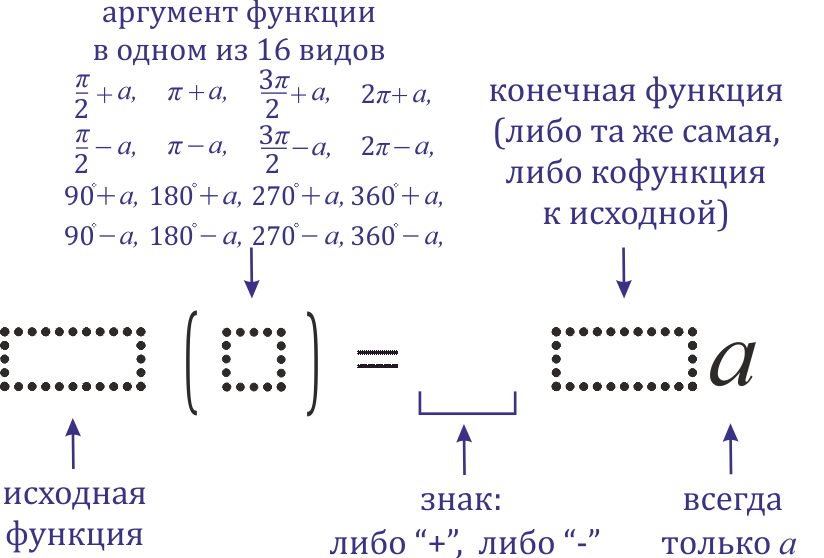
****

Формулы приведения разработаны для углов, представленных в одном из следующих видов: π/2+a,  π/2−a, π+a,  π−a,  3π/2+a,  3π/2−a, 2π+a и 2π−a. Аналогично их можно использовать для углов представленных в градусах:  90°+a,  90°−a,  180°+a,  180°−a,  270°+a,  270°−a,  360°+a,  360°−a.

Учить наизусть формулы привидения вам не придется, потому что есть легкий и надежный способ вывести можно за пару секунд

**Как быстро получить любую формулу приведения**.

Для начала обратите внимание, что все формулы имеют похожий вид:



Здесь нужно пояснить термин «кофункция» - это та же самая функция с добавлением или убиранием приставки «ко-». То есть, для *синуса* кофункцией будет **ко***синус*, а для **ко***синуса* – *синус*. С тангенсом и котангенсом – аналогично.

*Функция*:                *Кофункция*:  
sin a           →            cos a  
cos a           →            sin a  
tg a             →            ctg a  
ctg a          →             tg a

Таким образом, например, [синус](http://cos-cos.ru/math/184/) при применении этих формул никогда не поменяется на [тангенс](http://cos-cos.ru/math/186/) или [котангенс](http://cos-cos.ru/math/187/), он либо останется синусом, либо превратиться в [косинус](http://cos-cos.ru/math/185/). А котангенс никогда не станет синусом или косинусом, он либо останется котангенсом, либо станет тангенсом. И так далее.

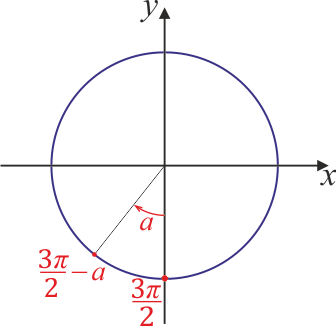
Так как исходная функция и ее аргумент нам обычно даны, то весь вывод нужной формулы сводится к двум вопросам:  
- как определить знак перед конечной функцией (плюс или минус)?  
- как определить меняется ли функция на кофункцию или нет?

**Как определить знак перед конечной функцией (плюс или минус)?**

**Какой знак был у исходной функции в исходной четверти, такой знак и нужно ставить перед конечной функцией.**

Например, выводим формулу приведения для cos(3π/2−a)=.... С исходной функцией понятно – косинус, а исходная  [четверт](http://cos-cos.ru/math/131/)ь?

Для того чтобы ответить на этот вопрос, **представим, что**a**– угол от**0**до**π/2, т.е. лежит в пределах 0°…90° (хотя это может быть не так, но для определения знака данная условность необходима). В какой четверти тригонометрической окружности при таком условии будет находиться точка, обозначающая угол 3π/2−a?  
Чтобы ответить на вопрос, надо от точки, обозначающей 3π/2, повернуть в отрицательную сторону на угол a.



Мы окажемся в третьей четверти. А косинус в третьей четверти имеет знак Минус. Поэтому перед итоговой функцией будет стоят минус: cos(3π/2−a)=−...

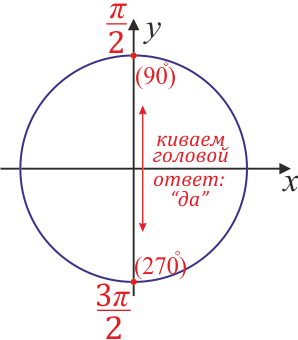
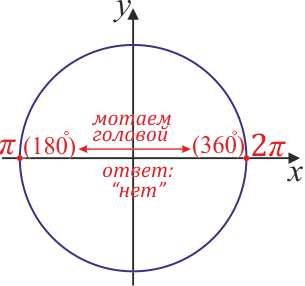
**Менять ли функцию на кофункцию или оставить прежней?**

Здесь правило еще проще:

**- если «точка привязки»**π/2**(**90°**) или** 3π/2**(**270°**) – функция меняется на кофункцию;  
- если «точка привязки»**π**(**180°**) или**2π**(**360°**) – функция остается той же.**

То есть, при аргументах исходной функции π/2+a, π/2−a, 3π/2+a или 3π/2−a, мы должны поменять функцию, а при аргументах π+a, π−a, 2π+a или 2π−a - нет. Для того чтоб это легче запомнить, вы можете воспользоваться мнемоническим правилом, которое называют «лошадиным правилом»:

Точки, обозначающие π/2 (90°) и 3π/2 (270°), расположены вертикально, и если вы переводите взгляд с одной на другую и назад, вы киваете головой, как бы говоря «да».



Точки же, обозначающие π (180°) и 2π (360°), расположены горизонтально, и если вы переводите взгляд между ними, вы мотаете головой, как бы говоря «нет».

 Эти «да» и «нет» - и есть ответ на вопрос: «меняется ли функция?».  
Таким образом, согласно правилу, в нашем примере выше cos(3π/2−a)=…⁡⁡ косинус будет меняться на синус. В конечном итоге получаем, cos(3π/2−a)=−sin a. Это и есть верная формула приведения.

**Примеры с формулами приведения:**

Они позволяют упрощать [выражения](http://cos-cos.ru/math/61/) или находить значения некоторых тригонометрических выражений без использования калькулятора.

***Пример 1*.** Найдите значение выражения

*Решение:*

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | Углы 41° и 49° нестандартные, поэтому без калькулятора вычислить непросто. Однако используя формулы привидения, мы легко найдем правильный ответ.  Прежде всего, обратите внимание на один важный момент: 49°=90°−41°. Поэтому мы можем заменить  49° на (90°−41°). |
|  |  | Теперь применим к синусу формулу приведения:   * 90°−41° – это первая четверть, синус в ней положителен. Значит, знак будет плюс; * 90°- находится на «вертикали» - функция меняется на кофункцию.   Значит, sin 49º = sin(90°−41°) = cos 41° |
|  |  | В числителе и знаменателе получились одинаковые косинусы. Сокращаем их. |
|  |  | Записываем ответ |

Ответ:  18  
  
***Пример 2*.** Найдите значение выражения

*Решение:*

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | Рассмотрим первое слагаемое числителя: sin (π−a). Воспользуемся формулами приведения, выведя ее самостоятельно:  (π−a) - это вторая четверть, а синус во второй четверти положителен. Значит, знак будет плюс;  π это точка «горизонтальная», то есть по движению головы, значит функция остается той же.  Таким образом, sin(π−a) = sin a |
|  |  | Рассмотрим второе слагаемое числителя: cos (+ a):  (+ a) - это вторая четверть, а косинус во второй четверти отрицателен. Значит, знак будет минус.   это точка «вертикальная», то есть «киваем», значит, функция меняется на кофункцию – на синус.  Таким образом, cos (+ a) = − sin a |
|  |  | Рассмотрим знаменатель: cos( − a).  Мы его разобрали выше, он равен минус синусу.  cos( − a) = − sin a |
|  |  | Раскрываем скобки и приводим [подобные слагаемые](http://cos-cos.ru/math/122/). |
|  |  | ократив на sin a, получаем ответ. |

Ответ:  −4

***Пример 3*.** Вычислить чему равен  ), если tg a = 2⁡

*Решение:*

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| ) = ) = = - = - = - ctg (  *Ответ:*  2 |  | Здесь сразу формулу приведения применять нельзя, так как аргумент нестандартный. Прежде всего стоит первой, хотя должна быть после «точки привязки». Поменяем местами слагаемые аргумента, сохраняя знаки. Уже лучше, но все еще есть проблемы – «точка привязки» с минусом, а такого аргумента у нас нет. Избавимся от минуса, вынеся его за скобку внутри аргумента.  Теперь вспомним о том, что котангенс – функция нечетная, то есть ctg(−) = −ctg . Преобразовываем наше выражение. Несмотря на то, что точка привязки  мы все равно можем использовать формулы приведения, потому что  лежит на пересечении одной из осей и числовой окружности. (+) - это четвертая четверть, и котангенс там отрицателен. «Точка привязки» - вертикальная, то есть функцию меняем. Окончательно имеем ctg(+) = − tg. Готов ответ. |