Тема: Формулы приведения

Задания:

1. Разберите примеры и выполните задания

   1. *Найдите значения выражений:*

      а) $\sin 300^\circ$ б) $ctg\ 2280^\circ$ в) $\cos 840^\circ$

      ж) $\sin^2(-330^\circ) - \cos^2(-120^\circ) - tg^2(-240^\circ) + ctg^2(-330^\circ)$

      з) $\sin\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)+\cos(\pi-\alpha)+tg(\pi-\alpha)-ctg\left(\frac{3\pi}{2}+\alpha\right)$

   2. *Упростите выражение:*

      а) $\dfrac{\sin(2\pi-\alpha)tg\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)ctg\left(\frac{3\pi}{2}-\alpha\right)}{\cos(2\pi+\alpha)tg(\pi+\alpha)}$

      б) $\dfrac{\sin(\pi+\alpha)}{\sin\left(\frac{3\pi}{2}+\alpha\right)}-\dfrac{tg\left(\frac{3\pi}{2}+\alpha\right)}{ctg(\pi-\alpha)}+tg(\pi-\alpha)$

Литература: Лисичкин В.Т. Математика в задачах с решениями: учебное пособие, Лань 2020. с.42-43

Режим доступа: https://e.lanbook.com/reader/book/126952

Срок выполнения – до 23 ноября 2020г.

Выполненные задания присылать на электронную почту: 2021.ivanova@mail.ru

Тема письма: Воробьев А., ОЖЭС-111, 21 ноября

Формулы приведения.

$\sin\left(\frac{\pi}{2}+a\right)=\cos a$ $\cos\left(\frac{\pi}{2}+a\right)=-\sin a$ $\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2}+a\right)=-\operatorname{ctg} a$ $\operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{2}+a\right)=-\operatorname{tg} a$	$\sin(\pi+a)=-\sin a$ $\cos(\pi+a)=-\cos a$ $\operatorname{tg}(\pi+a)=\operatorname{tg} a$ $\operatorname{ctg}(\pi+a)=\operatorname{ctg} a$	$\sin\left(\frac{3\pi}{2}+a\right)=-\cos a$ $\cos\left(\frac{3\pi}{2}+a\right)=\sin a$ $\operatorname{tg}\left(\frac{3\pi}{2}+a\right)=-\operatorname{ctg} a$ $\operatorname{ctg}\left(\frac{3\pi}{2}+a\right)=-\operatorname{tg} a$	$\sin(2\pi+a)=\sin a$ $\cos(2\pi+a)=\cos a$ $\operatorname{tg}(2\pi+a)=\operatorname{tg} a$ $\operatorname{ctg}(2\pi+a)=\operatorname{ctg} a$

$\sin\left(\frac{\pi}{2}-a\right)=\cos a$ $\cos\left(\frac{\pi}{2}-a\right)=\sin a$ $\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2}-a\right)=\operatorname{ctg} a$ $\operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{2}-a\right)=\operatorname{tg} a$	$\sin(\pi-a)=\sin a$ $\cos(\pi-a)=-\cos a$ $\operatorname{tg}(\pi-a)=-\operatorname{tg} a$ $\operatorname{ctg}(\pi-a)=-\operatorname{ctg} a$	$\sin\left(\frac{3\pi}{2}-a\right)=-\cos a$ $\cos\left(\frac{3\pi}{2}-a\right)=-\sin a$ $\operatorname{tg}\left(\frac{3\pi}{2}-a\right)=\operatorname{ctg} a$ $\operatorname{ctg}\left(\frac{3\pi}{2}-a\right)=\operatorname{tg} a$	$\sin(2\pi-a)=-\sin a$ $\cos(2\pi-a)=\cos a$ $\operatorname{tg}(2\pi-a)=-\operatorname{tg} a$ $\operatorname{ctg}(2\pi-a)=-\operatorname{ctg} a$

Примеры с формулами приведения:

Они позволяют упрощать выражения или находить значения некоторых тригонометрических выражений без использования калькулятора.

Пример 1. Найти значение выражение:

1 способ

$\sin 300^\circ = \sin(270^\circ + 30^\circ) = -\cos 30^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

2способ

$\sin 300^\circ = \sin(360^\circ - 60^\circ) = -\sin 60^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

б) $\operatorname{tg} 600^\circ = \operatorname{tg}(180^\circ \cdot 3 + 60^\circ) = \operatorname{tg} 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$

Пример 2. Найдите значение выражения $\frac{3\sin(\pi-\alpha)-\cos(\frac{\pi}{2}+\alpha)}{\cos(\frac{3\pi}{2}-\alpha)}$

Решение:

$$\frac{3\sin(\pi-\alpha)-\cos(\frac{\pi}{2}+\alpha)}{\cos(\frac{3\pi}{2}-\alpha)} = \frac{3\sin\alpha+\sin\alpha}{-\sin\alpha} = \frac{4\sin\alpha}{-\sin\alpha} = \frac{4}{-1} = -4$$

Рассмотрим первое слагаемое числителя: sin (π–a). Воспользуемся формулами приведения, выведя ее самостоятельно:

(π–a) - это вторая четверть, а синус во второй четверти положителен. Значит, знак будет плюс; π это точка «горизонтальная», то есть по движению головы, значит функция остается той же.

Таким образом, sin(π–a) = sin a

Рассмотрим второе слагаемое числителя: $\cos(\frac{\pi}{2} + a)$:

$(\frac{\pi}{2} + a)$ - это вторая четверть, а косинус во второй четверти отрицателен. Значит, знак будет минус.

$\frac{\pi}{2}$ – это точка «вертикальная», то есть «киваем», значит, функция меняется на кофункцию – на синус.

Таким образом, $\cos(\frac{\pi}{2} + a) = -\sin a$

Рассмотрим знаменатель: $\cos(\frac{3\pi}{2} - a)$.

Мы его разобрали выше, он равен минус синусу.

$\cos(\frac{3\pi}{2} - a) = -\sin a$

Раскрываем скобки и приводим подобные слагаемые.

сократив на sin a, получаем ответ.

Ответ: -4

Пример 3. Вычислить чему равен $ctg(-\alpha - \frac{7\pi}{2})$, если tg a = 2

Решение:

$ctg(-\alpha - \frac{7\pi}{2}) = ctg\left(-\frac{7\pi}{2} - \alpha\right) =$
$ctg(-(\frac{7\pi}{2} + \alpha)) = =$ - $ctg\left(\frac{7\pi}{2} + \alpha\right) =$
- $ctg\left(\frac{7\pi}{2} + \alpha\right) =$ - ctg $(\frac{6\pi}{2} + \frac{\pi}{2} + \alpha) =$
$-ctg\left(3\pi + \left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)\right) =$
$-\left(-ctg\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)\right) = tg\alpha = 2$

Ответ: 2

Здесь сразу формулу приведения применять нельзя, так как аргумент нестандартный. Прежде всего, α стоит первой, хотя должна быть после «точки привязки». Поменяем местами слагаемые аргумента, сохраняя знаки. Уже лучше, но все еще есть проблемы – «точка привязки» с минусом, а такого аргумента у нас нет. Избавимся от минуса, вынеся его за скобку внутри аргумента.
Теперь вспомним о том, что котангенс – функция нечетная, то есть
ctg($-\alpha$) = $-$ctg α. Преобразовываем наше выражение. Несмотря на то, что точка привязки $\frac{7\pi}{2}$ мы все равно можем использовать формулы приведения, потому что $\frac{7\pi}{2}$ лежит на пересечении одной из осей и числовой окружности. $(\frac{7\pi}{2} + \alpha)$ - это четвертая четверть, и котангенс там отрицателен. «Точка привязки» - вертикальная, то есть функцию меняем. Окончательно имеем ctg$(\frac{7\pi}{2} + \alpha) = -$ tg α. Готов ответ.