Смешанное соединение RLC элементов. Расчет смешанного соединения RLC элементов.

Задание. Внимательно ознакомиться с текстом документа, составьте краткий конспект, решите задачу для самостоятельного решения, согласно своего варианта.

В электрических цепях переменного тока наиболее часто используют синусоидальную форму, характеризующуюся тем, что все токи и напряжения являются синусоидальными функциями времени. В генераторах переменного тока получают ЭДС, изменяющуюся во времени по закону синуса, и тем самым обеспечивают наиболее выгодный эксплуатационный режим работы электрических установок. Кроме того, синусоидальная форма тока и напряжения позволяет производить точный расчет электрических цепей с использованием метода комплексных чисел и приближенный расчет на основе метода векторных диаграмм. При этом для расчета используются законы Ома и Кирхгофа, но записанные в векторной или комплексной форме.

Применение комплексных чисел дает возможность использовать законы, формулы и методы расчетов, применяющиеся для расчета цепей переменного тока, заменив графическое решение алгебраическим.

Если выразить ток, протекающий через участок цепи, и падение напряжения на нем в комплексной форме $\dot{I} = Ie^{j\varphi}$, $\dot{U} = Ue^{\varphi}$, то частное от деления напряжения на зажимах участка цепи на ток называется комплексным сопротивлением участка цепи $z = \frac{\dot{U}}{\dot{I}}$. Придав выражению другой вид $\dot{I} = \frac{\dot{U}}{z}$, получим уравнение называемое законом Ома в комплексной (или в символической) форме. Следует обратить внимание, что точка над буквой Z не ставится, точка ставится только над комплексами, обозначающими синусоидально изменяющиеся величины, кроме того комплекс Z не зависит от начальных фаз тока и напряжения. «Расчет комплексных сопротивлений в электрических цепях переменного тока»- это интегрированная часть физики и математики.

Комплексным числом называют выражение вида:

$$\underline{A} = a + jb = Ae^{j\alpha} = A\cos\alpha + jA\sin\alpha$$

где a – вещественная (действительная) часть комплексного числа, j – мнимая единица, b – мнимая часть, A – модуль, α– аргумент, e – основание натурального логарифма.

Первое выражение представляет собой алгебраическую форму записи комплексного числа, второе – показательную, а третье – тригонометрическую. Для отличия, в комплексной форме записи подчеркивают букву, обозначающую электрический параметр.

Метод расчёта цепи, основанный на применении комплексных чисел, называется **символическим методом**. В символическом методе расчета все реальные параметры электрической цепи заменяют символами в комплексной форме записи. После замены реальных параметров цепи на их комплексные символы расчет цепей переменного тока выполняют методами, которые применяли для расчета цепей постоянного тока. Отличие состоит в том, что все математические операции необходимо выполнять с комплексными числами.

В результате расчета электрической цепи искомые токи и напряжения получаются в виде комплексных чисел. Реальные действующие значения тока или напряжения равны модулю соответствующего комплекса, а аргумент комплексного числа показывает угол поворота вектора на комплексной плоскости по отношению к положительному направлению вещественной оси. При положительном аргументе вектор поворачивается против часовой стрелки, а в случае отрицательного аргумента – по часовой.

Завершают расчёт цепи переменного тока, как правило, составлением баланса активных и реактивных мощностей, который позволяет проверить правильность вычислений.

Применение комплексных чисел для расчета цепей переменного тока.

Для расчета цепей переменного тока используется представление мгновенных значений токов, напряжений, ЭДС в виде векторов.

Между мгновенным значением и векторным представлением синусоидальной величины существует взаимооднозначное соответствие – вектор несет информацию о действующем значении величины (длина вектора) и начальной фазе (угол поворота вектора относительного положительного направления горизонтальной оси). Т.е. вектор с точки зрения информации о параметрах синусоидальной величины является комплексом, совокупностью двух параметров.

Для графического изображения такого рода величин в математике существует комплексная плоскость.

Вектор на комплексной плоскости может быть представлен двумя способами: в полярной и прямоугольной системе координат.

Рассмотрим представление некой синусоидальной величины в комплексной форме -

$$a=Am\sin(\omega t+\psi)$$

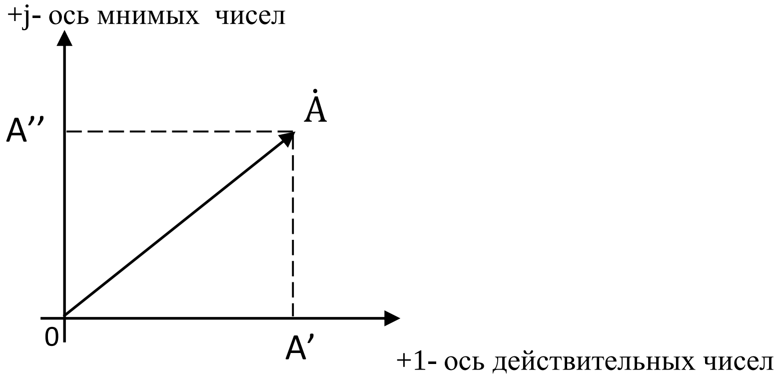
Комплексное число можно представить на координатной плоскости двумя способами:

1. В прямоугольной системе координат,
2. В полярной системе координат.

В электротехнике принято обозначать комплексную единицу буквой j=$\sqrt{-1}$.

Комплексы синусоидально изменяющихся величин обозначается -$\dot{A}$, а величин, не зависящих от времени - $\underline{A}$.

Представление комплексного числа в прямоугольной системе координат

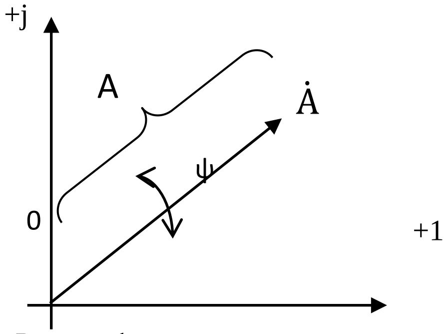


$\dot{A}$=A′+jA′′- комплексное число представлено в алгебраической форме,

где A′- проекция на ось действительных чисел,

A′′- проекция на ось мнимых чисел.

Представление комплексного числа в полярной системе координат



$\dot{A}=Ae^{j\psi}$- комплексное число представлено в показательной форме,

где A- модуль комплексного числа (соответствует длине вектора),

ψ – аргумент комплексного числа (соответствует повороту вектора относительно положительного направления оси действительных чисел).

Разные формы записи комплексного числа используются для выполнения различных действий:

Для сложения и вычитания используется алгебраическая форма записи комплексного числа, а для умножения, деления и возведения в степень – показательная.

При вычислениях будет необходимо переходить из одной формы записи комплексного числа в другую:

$$A' = A\cdot\cos\psi,\ A'' = A\cdot\sin\psi$$

$$\dot{A} = Ae^{j\psi} = A\cdot\cos\psi + A\cdot j\cdot\sin\psi = A' + jA''$$

$$A = \sqrt{(A')^2 + (A'')^2},\ \Psi = \mathrm{arctg}\,\frac{A'}{A''}$$

Существует также третья, неосновная форма записи комплексного числа – тригонометрическая: $\dot{A} = A\cdot\cos\psi + A\cdot j\cdot\sin\psi$. Она чаще всего используется для перехода из одной формы в другую.

Основные характеристики электрических цепей переменного тока в комплексной форме.

1. Ток в комплексной форме.

Комплексом действующего значения синусоидального тока (комплексом тока) является величина, модуль которой равен действующему значению тока, а аргумент начальной фазе.

$$i = Im\sin(\omega t + \psi i)$$

$$\downarrow$$

$$I = 0{,}707Im$$

$$\downarrow$$

$$\dot{I} = Ie^{j\psi i}$$

2. Напряжение в комплексной форме.

Комплексом действующего значения синусоидального напряжения (комплексом напряжения) является величина, модуль которой равен действующему значению, а аргумент начальной фазе.

$$u = Um\sin(\omega t + \psi u)$$

$$\downarrow$$

$$U = 0{,}707Um$$

$$\downarrow$$

$$\dot{U} = Ue^{j\psi u}$$

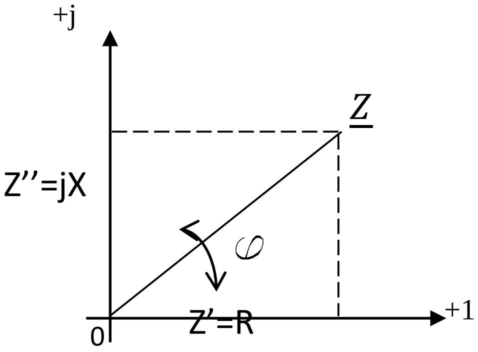
3. Сопротивление в комплексной форме.

Для вывода сопротивления можно воспользоваться законом Ома – комплексная величина равная отношению комплексного напряжения к комплексному току называется комплексным сопротивлением:

$$\underline{Z} = \frac{\dot{U}}{\dot{I}} = \frac{Ue^{j\psi u}}{Ie^{j\psi i}} = \frac{U}{I}e^{j(\psi u - \psi i)} = Ze^{j\varphi}$$

где Z - модуль комплексного сопротивления, равен полному сопротивлению,

$\varphi = \psi u - \psi i$ – аргумент комплексного сопротивления, равен разности фаз между напряжением и током.



Z'=R – проекция на ось действительных чисел равна активному сопротивлению,

Z''=X – проекция на ось мнимых чисел равна реактивному сопротивлению.

$$\underline{Z} = Z' + j \cdot Z'' = R + j \cdot X$$

4. Частные случаи комплексного сопротивления.

1. Цепь с активным сопротивлением (R):

$$\underline{Z} = Ze^{j\varphi} = Z' + j \cdot Z'' = Re^{j0^\circ} = R + j \cdot 0 = R$$

2. Цепь с идеальной катушкой индуктивности(L):

$$\underline{Z} = Ze^{j\varphi} = Z' + j \cdot Z'' = XLe^{j90^\circ} = 0 + j \cdot XL = jXL$$

3. Цепь с идеальным конденсатором(C):

$$\underline{Z} = Ze^{j\varphi} = Z' + j \cdot Z'' = Xce^{j-90^\circ} = 0 - j \cdot Xc = -jXc$$

4. Цепь с реальной катушкой индуктивности (RL):

$$\underline{Z} = Ze^{j\varphi} = Z' + j \cdot Z'' = Ze^{j\varphi} = R + j \cdot XL$$

где $Z = \sqrt{R^2 + XL^2}$

5. Цепь с реальным конденсатором (RC):

$$\underline{Z} = Ze^{j\varphi} = Z' + j \cdot Z'' = Ze^{-j\varphi} = R - j \cdot Xc$$

где $Z = \sqrt{R^2 + Xc^2}$

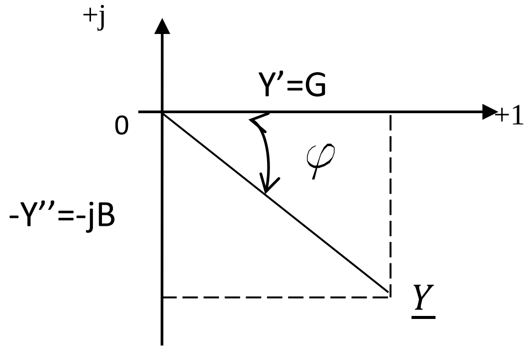
5. Проводимость в комплексной форме.

Проводимость – это величина обратная сопротивлению:

$$\underline{Y} = \frac{1}{\underline{Z}} = \frac{\dot{I}}{\dot{U}} = \frac{Ie^{j\psi i}}{Ue^{j\psi u}} = \frac{I}{U}e^{j(\psi i - \psi u)} = Ye^{-j\varphi}$$

где Y - модуль комплексной проводимости, равен полной проводимости,

-φ = ψi - ψu – аргумент комплексной проводимости.



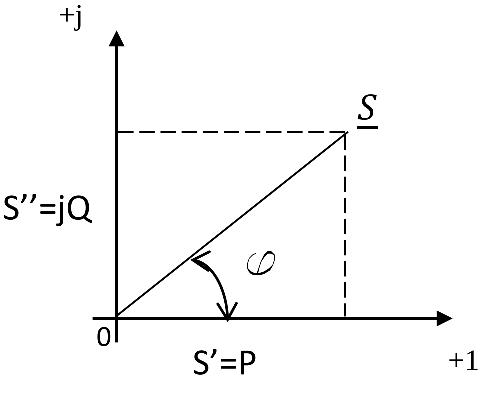
Y’=G – проекция на ось действительных чисел равна активной проводимости,

-Y’’=-B – проекция на ось мнимых чисел равна реактивной проводимости.

$$\underline{Y} = Y' - j \cdot Y'' = G - j \cdot B$$

6. Мощность в комплексной форме.

Из треугольника мощностей получим:



$$\underline{S} = S' + jS'' = P + jQ = Se^{j\varphi}$$

где:

S – модуль комплексной мощности, равен полной мощности,

φ – аргумент комплексной мощности, равен углу сдвига фаз между током и напряжением:

$$\varphi = \psi u - \psi i$$

S’=P – проекция на ось действительных чисел, равна активной мощности,

S’’=Q – проекция на ось мнимых чисел, равна реактивной мощности.

Комплексная мощность – это произведение комплексного напряжения на комплексный ток.

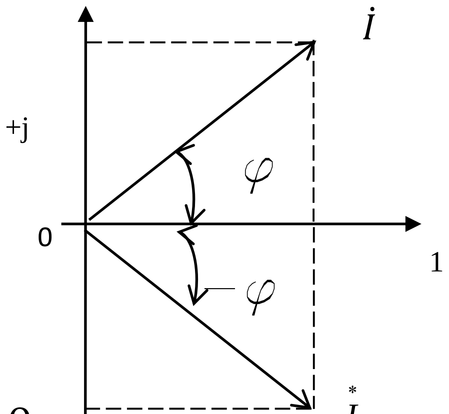
A. Если $\psi u \neq 0$, $\psi i = 0$ ($\varphi = \psi u - \psi i = \psi u - 0 = \psi u$), то комплексную мощность можно рассчитать используя комплексное напряжение и комплексный ток.

$$\underline{S} = \dot{U} \cdot \dot{I} = Ue^{j\psi u} \cdot Ie^{j0} = UIe^{j(\psi u - 0)} = Se^{j\varphi}$$

B. Если $\psi u \neq 0$, $\psi i \neq 0$ ($\varphi = \psi u - \psi i$), тогда для определения комплексной мощности используют

сопряженный комплекс тока (это такой комплекс тока у которого отрицательная начальная фаза $\overset{*}{I} = -Ie^{j\psi i}$)

$$\underline{S} = \dot{U} \cdot \overset{*}{I} = Ue^{j\psi u} \cdot Ie^{j\psi i} = UIe^{j(\psi u - \psi i)} = Se^{j\varphi}$$

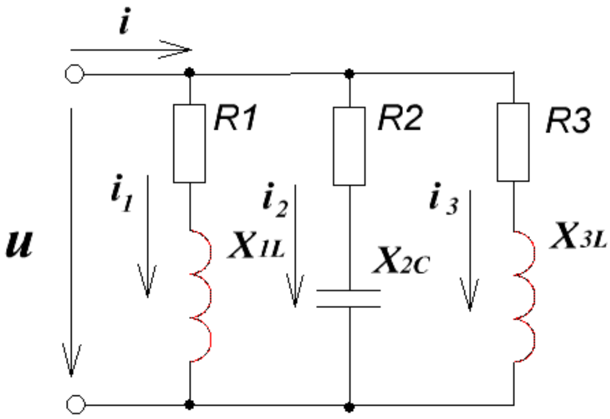


Основные законы электрических цепей в комплексной форме.

1. Закон Ома.

2. Законы Кирхгофа.

Первый закон Кирхгофа.



Алгебраическая сумма комплексных токов в узле равна нулю.

$$\sum \dot{I} = 0$$

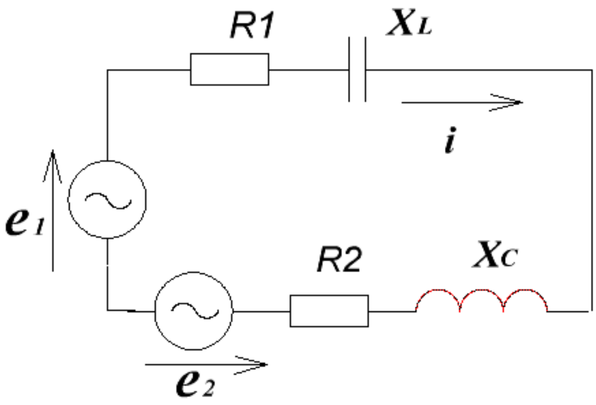
Для составления уравнения по первому закону Кирхгофа нужно выбрать условно-положительное направление токов.

i-i1-i2-i3=0 или i=i1+i2+i3

в комплексной форме:

$$\dot{\boldsymbol{I}} - \dot{\boldsymbol{I}}\boldsymbol{1} - \dot{\boldsymbol{I}}\boldsymbol{2} - \dot{\boldsymbol{I}}\boldsymbol{3} = \boldsymbol{0} \text{ или } \dot{\boldsymbol{I}} = \dot{\boldsymbol{I}}\boldsymbol{1} + \dot{\boldsymbol{I}}\boldsymbol{2} + \dot{\boldsymbol{I}}\boldsymbol{3}$$

Второй закон Кирхгофа.



В контуре электрической цепи алгебраическая сумма комплексов Э.Д.С. источников равна алгебраической сумме комплексов падений напряжения:

$$\sum \dot{I}\,\underline{Z} = \sum \dot{E}$$

Для данной схемы:

iR1+uc+uL+iR2=e1-e2

в комплексной форме:

$$\dot{I}R1 + \dot{I}(-jXC) + \dot{I}jXL + \dot{I}R2 = \dot{E}1 - \dot{E}2$$

Задачи для самостоятельного решения

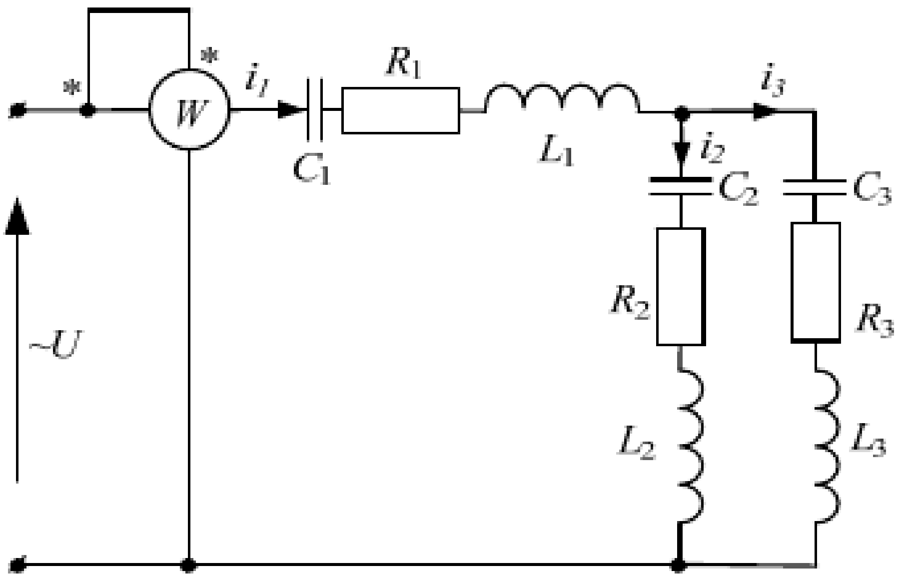


Рисунок 1. Общая схема задачи.

Исходные данные параметров схемы

№		R_1, Ом	R_2, Ом	R_3, Ом	L_1, мГн	L_2, мГн	L_3, мГн	C_1, мкФ	C_2, мкФ	C_3, мкФ
1	$\dot{U} = 70,7 \cdot e^{j45°}$, В	13	0	0	0	32	0	∞	∞	64
2	$\dot{I}_2 = 2,1 \cdot e^{-j92°}$, А	20	51	24	32	0	0	∞	∞	∞
3	$\dot{U} = 80 \cdot e^{j60°}$, В	0	25	50	175	0	0	∞	∞	∞
4	$\dot{U} = 25 \cdot e^{j35°}$, В	0	25	60	48	0	0	106	∞	∞
5	$\dot{U} = 282 \cdot e^{-j45°}$, В	0	47	23	0	0	0	64	∞	∞
6	$\dot{I}_3 = 1 \cdot e^{-j62°}$, А	50	55	100	0	0	0	70	∞	∞
7	$\dot{I}_2 = 10 \cdot e^{j80°}$, А	61	0	0	0	0	64	∞	106	∞
8	$\dot{I}_2 = 9 \cdot e^{j90°}$, А	0	25	50	0	0	207	∞	∞	∞
9	$\dot{I}_3 = 4 \cdot e^{-j30°}$, А	0	72	3	83	0	0	∞	∞	∞
10	$\dot{U} = 100 \cdot e^{j60°}$, В	7	0	0	0	0	0	∞	318,5	159,2
11	$\dot{U} = 200 \cdot e^{j0°}$, В	0	0	52	0	120	0	91	∞	∞
12	$\dot{I}_2 = 3 \cdot e^{-j45°}$, А	0	0	25	0	24	0	∞	132	∞
13	$\dot{U} = 59 \cdot e^{j73°}$, В	8	0	0	0	32	128	∞	∞	∞

№		R_1, Ом	R_2, Ом	R_3, Ом	L_1, мГн	L_2, мГн	L_3, мГн	C_1, мкФ	C_2, мкФ	C_3, мкФ
14	$\dot{U} = 100 \cdot e^{j0°}$, В	0	0	44	0	0	0	32	159	∞
15	$\dot{U} = 87 \cdot e^{-j25°}$, В	0	44	0	41	0	121	∞	∞	∞
16	$\dot{U} = 60 \cdot e^{-j30°}$, В	0	25	40	0	80	0	∞	∞	∞
17	$\dot{I}_2 = 7 \cdot e^{-j106°}$, А	0	0	23	70	32	0	∞	∞	∞
18	$\dot{U} = 125 \cdot e^{j30°}$, В	0	40	100	0	0	0	∞	80	∞
19	$\dot{I}_2 = 4 \cdot e^{j35°}$, А	4	0	0	0	48	16	∞	∞	∞
20	$\dot{I}_2 = 3 \cdot e^{-j45°}$, А	0	25	40	0	0	0	∞	∞	80
21	$\dot{U} = 120 \cdot e^{j0°}$, В	0	28	0	137	0	0	∞	∞	177
22	$\dot{U} = 120 \cdot e^{j60°}$, В	0	70	0	0	0	80	∞	∞	80
23	$\dot{I}_2 = 2 \cdot e^{-j22°}$, А	0	30	0	0	0	223	48	∞	∞
24	$\dot{I}_3 = 6 \cdot e^{j130°}$, А	0	0	0	76	0	191	∞	90	∞
25	$\dot{I}_3 = 1 \cdot e^{j100°}$, А	0	15	0	0	0	0	57	∞	100

Частоедов Л.А. Электротехника: Учебное пособие. — М.: ФГБОУ ДПО «Учебно – методический центр по образованию на железнодорожном транспорте», 2011. — 402 с.

Задание должно быть выполнено до 28.11 и выслано на электронную почту yana.makshanowa@yandex.ru

Яна Макшанова приглашает вас на запланированную конференцию: Zoom.
Тема: Конференция. Организатор Макшанова Яна Евгеньевна
Время: Это регулярная конференция Начать в любое время
Подключиться к конференции Zoom
https://us04web.zoom.us/j/4306900057?pwd=Y1FBWkRwTzBiTmx4blhMMFNPQmV4Zz09
Идентификатор конференции: 430 690 0057
Код доступа: 1111111