ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОГО ТРАНСПОРТА

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Петербургский государственный университет путей сообщения Императора Александра I»
(ФГБОУ ВО ПГУПС)

Ожерельевский ж.д. колледж - филиал ПГУПС

СОГЛАСОВАНО	УТВЕРЖДАЮ
Методист	Заместитель директора по УР
___________Л.А. Елина	_____________ Н.Н. Иванова
«____»_________20 г.	*«____» __________ 20 г.*

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ К ВЫПОЛНЕНИЮ ПРАКТИЧЕСКИХ РАБОТ

по дисциплине ЕН.01 Прикладная математика

специальность 08.02.10 Строительство железных дорог, путь и путевое хозяйство

2017

СОДЕРЖАНИЕ

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Методические рекомендации по выполнению лабораторных (практических) работ по дисциплине «ЕН.01 Прикладная математика» составлены в соответствии с требованиями ФГОС СПО к минимуму содержания и уровню подготовки выпускников СПО по специальности 08.02.10 Строительство железных дорог, путь и путевое хозяйство и на основе рабочей программы дисциплины. Данная дисциплина относится к блоку естественнонаучных дисциплин.

В результате освоения дисциплины обучающийся должен **уметь:**

- применять математические методы дифференциального и интегрального исчисления для решения профессиональных задач;
- применять основные положения теории вероятностей и математической статистики в профессиональной деятельности;
- использовать приемы и методы математического синтеза и анализа в различных профессиональных ситуациях;

В результате освоения дисциплины обучающийся должен **знать:**

- основные понятия и методы основ линейной алгебры, дискретной математики, математического анализа, теории вероятностей и математической статистики;
- способы решения прикладных задач методом комплексных чисел.

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование общих компетенций, включающих в себя способность

— понимать сущность и социальную значимость своей будущей профессии, проявлять к ней устойчивый интерес (ОК 1);.

— организовывать собственную деятельность, выбирать типовые методы и способы выполнения профессиональных задач, оценивать их эффективность и качество (ОК 2);

— принимать решения в стандартных и нестандартных ситуациях и нести за них ответственность (ОК 3);

— осуществлять поиск и использование информации, необходимой для эффективного выполнения профессиональных задач, профессионального и личностного развития (ОК 4);

— использовать информационно-коммуникационные технологии в профессиональной деятельности (ОК 5);

— работать в коллективе и команде, эффективно общаться с коллегами, руководством, потребителями (ОК 6);

— брать на себя ответственность за работу членов команды (подчиненных), результат выполнения заданий (ОК 7);

— самостоятельно определять задачи профессионального и личностного развития, заниматься самообразованием, осознанно планировать повышение квалификации (ОК8);

— ориентироваться в условиях частой смены технологий в профессиональной деятельности (ОК 9);

Содержание дисциплины ориентировано на подготовку студентов к освоению профессиональных модулей по специальности и овладению профессиональными компетенциями, соответствующими основным видам профессиональной деятельности:

ПК 1.1. Выполнять различные виды геодезических сьемок.

ПК 1.2. Обрабатывать материалы геодезических съемок.

ПК 3.1. Обеспечивать требования к основным элементам и коструукции земляного полотна, переездов, путевых и сигнальных знаков, верхнего строения пути.

ПК 3.4. Эксплуатировать средства диагностики железнодорожного пути и сооружений.

ПК 4.1. Планировать работу структурного подразделения при технической эксплуатации, обслуживании и ремонте пути, искусственных сооружений.

Рабочая программа учебной дисциплины предусматривает 28 часов практических занятий

Перечень лабораторных (практических) работ

№ п/п	Название работы	Объем часов
1	Действия над комплексными числами в различных формах	2
2	Составление уравнений касательной и нормали, решение задач на механический смысл производной функции.	2
3	Приложение дифференциала к приближенным вычислениям	2
4	Интегрирование функций.	2
5	Вычисление площадей плоских фигур и объемов тел вращения.	2
6	Решение физических и технических задач с помощью определенного интеграла	2
7	Решение дифференциальных уравнений первого порядка с разделяющимися переменными.	2
8	Линейные однородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами, методы их решения	2
9	Решение линейных однородных дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами	2
10	Исследование рядов на сходимость.	2
11	Разложение функций в ряды Тейлора или Маклорена.	2
12	Вычисление значений производных в точке, значений определенных интегралов методами численного дифференцирования и интегрирования.	2
13	Применение комбинаторики при решении профессиональных задач.	2
14	Применение теории вероятностей при решении профессиональных задач.	2
ИТОГО		28

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 1

Тема: Действия над комплексными числами в различных формах

Цель работы*:*

Используя теоретический материал и образцы решения задач, решить примеры по теме «Действия над комплексными числами, заданными в различных формах»

Краткие теоретические сведения

Основные понятия

Квадратное уравнение с действительными коэффициентами и отрицательным дискриминантом не имеет действительных корней. Поэтому приходится расширять множество действительных чисел, добавляя к нему новые числа. Эти новые числа вместе с действительными числами образуют множество, которое называют множеством ***комплексных чисел.***

Комплексным числом - называется выражение вида $z = a+b\,\boldsymbol{i}$, где a и b действительные числа, число a называется действительной частью комплексного числа $z = a+b\cdot\boldsymbol{i}$, а число b – его мнимой частью, а $\boldsymbol{i}$ – мнимая единица, определяемая равенством $\boldsymbol{i}^2 = -1$.

Например, действительная часть комплексного числа $z = 2+3\cdot\boldsymbol{i}$ равна a =2, а мнимая равна b = 3.

Действительные числа: $z=a+0i=a$, $z=\operatorname{Re} z$.

Мнимые числа: $z=0+bi=bi$, $z=\operatorname{Im} z$.

Равные комплексные числа: $z_1=a+bi$, $z_2=c+di$, $z_1=z_2$, если $a=c$, $b=d$.

Противоположные комплексные числа: $z=a+bi$, $z=-a-bi$.

Сопряженные комплексные числа: $z=a+bi$, $z=a-bi$.

Алгебраическая форма записи комплексных чисел: $z =a + bi$

Сложение и умножение комплексных чисел

Суммой двух комплексных чисел $z_1=a+b\cdot\boldsymbol{i}$ и $z_2= c+d\cdot\boldsymbol{i}$ называется комплексное число: $z = z_1 + z_2 = (a+b\cdot\boldsymbol{i}) + (c+d\cdot\boldsymbol{i}) = (a+c) + (b+d)\cdot\boldsymbol{i}$,

Произведением двух комплексных чисел $z_1=a+b\cdot\boldsymbol{i}$ и $z_2= c+d\cdot\boldsymbol{i}$ называется комплексное число : $z = z_1 \cdot z_2 =(a+b\cdot\boldsymbol{i})\cdot(c+d\cdot\boldsymbol{i})=(a\cdot c - b\cdot d) + (a\cdot d + b\cdot c)\cdot\boldsymbol{i}$

Из формул вытекает, что сложение и умножение можно выполнять по правилам действий с многочленами, считая $\boldsymbol{i}^2= -1$. Операции сложения и умножения комплексных чисел обладают свойствами действительных чисел.

Основные свойства:

Переместительное свойство:

$Z_1 +Z_2=Z_2+Z_1$, $Z_1\cdot Z_2=Z_2\cdot Z_1$

Сочетательное свойство:

$(Z_1+Z_2)+Z_3=Z_1+(Z_2+Z_3)$, $(Z_1\cdot Z_2)\cdot Z_3=Z_1\cdot(Z_2\cdot Z_3)$

Распределительное свойство:

$Z_1 \cdot (Z_2+Z_3)=Z_1 \cdot Z_2+Z_1 \cdot Z_3$

Геометрическое изображение суммы комплексных чисел

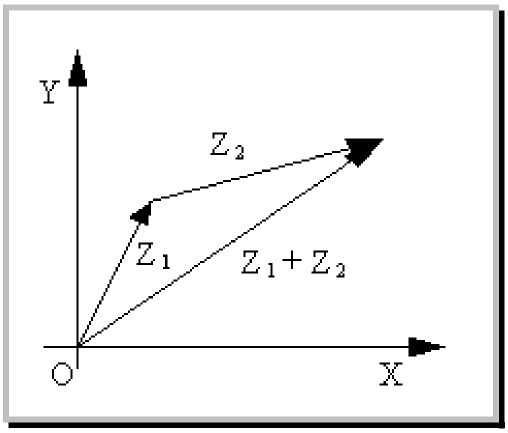


Рисунок 1.

Согласно определению сложения двух комплексных чисел, действительная часть суммы равна сумме действительных частей слагаемых, мнимая часть суммы равна сумме мнимых частей слагаемых. Точно также определяются координаты суммы векторов (Рис.1).

Вычитание и деление комплексных чисел

Вычитание комплексных чисел – это операция, обратная сложению: для любых комплексных чисел Z_1 и Z_2 существует, и притом только одно, число Z, такое, что:

$$Z + Z_2=Z_1 \qquad Z = Z_1 - Z_2$$

Число $Z=Z_1+(-Z_2)$ называют ***разностью чисел*** Z_1 и Z_2.

$$\mathbf{Z=} (a+b\cdot \boldsymbol{i}) - (c+d\cdot \boldsymbol{i}) = (a-c) \mathbf{+} (b-d)\cdot \boldsymbol{i},$$

Деление вводится как операция, обратная умножению: $Z \cdot Z_2=Z_1$

Разделив обе части на Z_2 получим:

$$Z=\frac{Z_1}{Z_2}$$

Из этого уравнения видно, что $Z_2 \neq 0$

Производится умножение делимого и делителя на число, сопряженное делителю.

$$Z=\frac{Z_1}{Z_2}= \quad \frac{a+bi}{c+di}=\frac{ac+bd}{c^2+d^2}+\frac{cb+ad}{c^2+d^2}i$$

Геометрическое изображение разности комплексных чисел

Разности $Z_2 - Z_1$ комплексных чисел Z_1 и Z_2, соответствует разность векторов, соответствующих числам Z_1 и Z_2. Модуль $|Z_2 - Z_1|$ разности двух комплексных чисел Z_2 и Z_1 по определению модуля есть длина вектора $Z_2 - Z_1$. Построим этот вектор, как сумму векторов Z_2 и $(-Z_1)$ (рисунок 2). Таким образом, модуль разности двух комплексных чисел есть расстояние между точками комплексной плоскости, которые соответствуют этим числам.

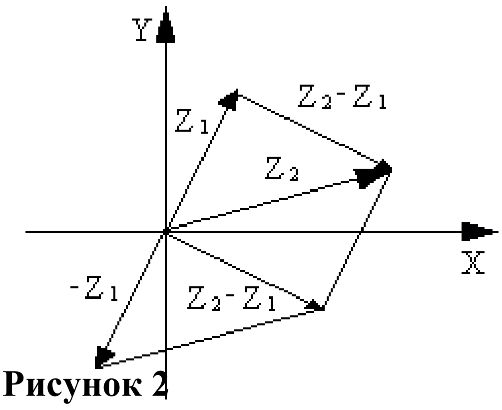


Рисунок 2

Исходные данные

Вариант № 1

1. Дано комплексное число

$$Z = 21 - 4i$$

Записать число равное, противоположное, сопряженное исходному.

2. Выполнить действие

$$Z = (3 - 2i + (-6 - 2i)$$

3. Выполнить умножение

$$Z = (3 + 4i)(1 + 3i)$$

4. Выполнить деление

$$Z = (-6 + 2i)):(3 - 4i)$$

5. Выполнить действия

$$Z = (5 + 2i):(2 - 5i) + (7 + 3i):(1 - 2i)$$

Вариант № 2

1 Дано комплексное число

$$Z = 3 + 9i$$

Записать число равное, противоположное, сопряженное исходному.

2 Выполнить действие

$$Z = (5 + 3i) + (-2 - 5i)$$

3 Выполнить умножение

$$Z = (-2 + 3i)(-1 - 6i)$$

4 Выполнить деление

$$Z = (4 +- 3i) : (-2 - 5i)$$

5 Выполнить действия

$$Z = (-1 + 3i) : (5 + i) - (3 - 4i) : (4 + 3i)$$

Порядок выполнения работы

1. Используя теоретические сведения выполнить предложенный преподавателем вариант задания.
2. **2.** Соответствующим образом оформить работу

Контрольные вопросы.

- понятие комплексного числа (К.Ч.);
- алгебраическая форма записи К.Ч;
- арифметические операции над К.Ч.

Содержание отчета

Лист 1.	Лист 2.
Практическая работа по теме «Действия над комплексными числами в различных формах» Выполнил:__________ (ФИО) группа:_____________ Проверил:__________ Оценка:____________	№ примера Решение: Ответ:

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 2

Тема:

Составление уравнений касательной и нормали, решение задач на механический смысл производной функции.

Цель работы:

Используя теоретический материал и образцы решения задач, решить примеры по теме «Составление уравнений касательной и нормали, решение задач на механический смысл производной функции.»

Краткие теоретические сведения

Правила дифференцирования

1) $(u \pm \upsilon)' = u' \pm \upsilon'$;
2) $(u \times \upsilon)' = u' \times \upsilon + \upsilon' \times u$, в частности $(cu)' = cu'$;
3) $(\frac{u}{\upsilon})' = \frac{u' \times \upsilon - \upsilon' \times u}{\upsilon^2}$;
4) $y'(x) = y'(u) \times u'(x)$, если $y = f(u), u = \varphi(x)$;
5) $y'(x) = \frac{1}{x'(y)}$, если $y = f(x)$ и $x = \varphi(y)$.

Формулы дифференцирования

1. $(C)' = 0$
2. $(u^\alpha)' = \alpha \times u^{\alpha-1}$, в частности, $(\sqrt{u})' = \frac{1}{2\sqrt{u}}$;
3. $(a^u)' = a^u$, в частности, $(e^u)' = e^u$;
4. $(\log_a u)' = \frac{1}{u \ln a}$, в частности, $(\ln u)' = \frac{1}{u}$;
5. $(\sin u)' = \cos u$; 6. $(\cos u)' = -\sin u$; 7. $(tgu)' = \frac{1}{\cos^2 u}$; 8. $(ctgu)' = -\frac{1}{\sin^2 u}$;
9. $(\arcsin u)' = \frac{1}{\sqrt{1-u^2}}$; 10. $(\arccos u)' = -\frac{1}{\sqrt{1-u^2}}$; 11. $(arctgu)' = \frac{1}{1+u^2}$;
12. $(arcctgu)' = -\frac{1}{1+u^2}$;

Примеры нахождения производной элементарных функций:

$y=\left(x^3+3x^2-5\right)\times e^x;$

1) $y^{'}=\left(3x^2+6x\right)\times e^x \ +\left(x^3+3x^2-5\right)\times e^x \ =$
$\left(2x^4+6x^3+3x^2-4x\right)\times e^x$.

$y=xarctgx-\frac{1}{2}\ln x$;

2) $y^{'}=\left(x\right)^{'}arctgx+x\left(arctgx\right)^{'}-\frac{1}{2}\times\frac{1}{x}^{'}=$

$=arctgx+\frac{x}{1+x^2}-\frac{1}{2x}$

3) $y=\frac{\left(x^2-1\right)}{\left(x^2+1\right)}$;

$$y^{'}=\frac{\left(x^2-1\right)^{'}\left(x^2+1\right)-\left(x^2-1\right)\left(x^2+1\right)^{'}}{\left(x^2+1\right)^2}=\frac{2x\left(x^2+1\right)-\left(x^2+1\right)\times 2x}{\left(x^2+1\right)^2}=\frac{4x}{\left(x^2+1\right)^2}.$$

4) $y=x^5-\cos x$, *найти* $y^{'}(0)$

$y^{'}=5x^4+\sin x,\quad y^{'}(0)=5\times 0^4+\sin 0=0+0=0$

Производная сложной и обратной функций

Определение. Пусть $y=f(u)$ и $u=\varphi(x)$, тогда $y=f(\varphi(x))$ - сложная функция с промежуточным аргументом x и независимым аргументом x.

Теорема. Если функция $u=\varphi(x)$ имеет производную $u'(x)$ в точке x, а функция $y=f(u)$ имеет производную $y'(u)$ в соответствующей точке $u=\varphi(x)$, то сложная функция $y=f(\varphi(x))$ имеет производную $y'(x)$ в точке x которая находится по формуле $y'(x)=y'(u)\times u'(x)$.

Правило нахождения производной сложной функции:

Для нахождения производной сложной функции надо производную данной функции по промежуточному аргументу умножить на производную промежуточного аргумента по независимому аргументу.

Это правило остается в силе, если промежуточных аргументов несколько.

Пример. Вычислить производную сложной функции:

1) $y=\ln\left(e^{4x}+\sqrt[3]{e^{2x}+1}\right)$.

Решение:

$$y=\ln\left(e^{4x}+\sqrt[3]{e^{2x}+1}\right)=\left|(\ln u)'=\frac{1}{u}(u)'\right|=\frac{1}{\left(e^{4x}+\sqrt[3]{e^{2x}+1}\right)}\left(e^{4x}+\sqrt[3]{e^{2x}+1}\right)'=$$

$$=\left|(u+v)'=u'+v';\ \left(e^{kx}\right)'=k\,e^{x};\ \left(\sqrt[n]{u^{m}}\right)'=\left(u^{\frac{n}{m}}\right)'=\frac{n}{m}u^{\frac{n}{m}-1}u'\right|=$$

$$=\frac{4e^{4x}+\frac{4e^{4x}}{3}\left(e^{4x}+1\right)^{-\frac{2}{3}}}{\left(e^{4x}+\sqrt[3]{e^{2x}+1}\right)}$$

2) $y=x\,arctg(2x+1)-\frac{1}{2}\ln\left(1+x^{2}\right)$;

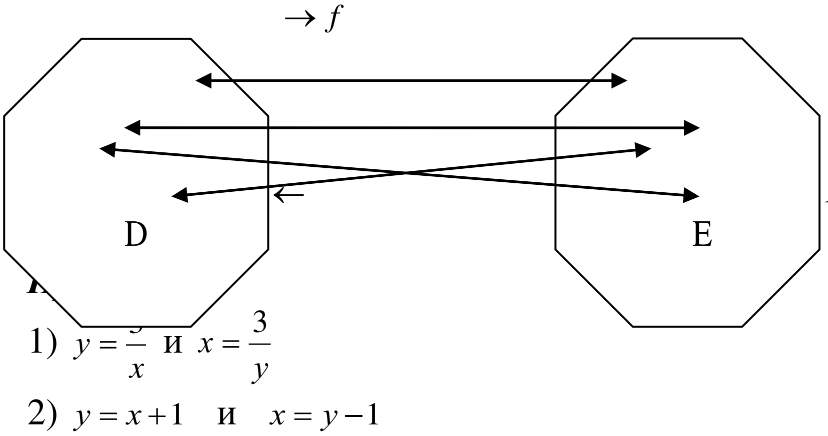
Решение :

$$y'=(x)'\,arctgx+x\left(arctg(2x+1)\right)'-\frac{1}{2}\times\frac{1}{1+x^{2}}\left(1+x^{2}\right)'=$$

$$=1\times arctgx+\frac{x}{1+(2x+1)^{2}}\times(2x+1)'-\frac{2x}{2(1+x^{2})}=arctgx+\frac{x}{2x^{2}+2x+1}-\frac{x}{1+x^{2}}.$$

Обратная функция

Определение. Пусть задана функция $y=f(x)$ с областью определения D и множеством значений E. Если каждому значению $y\in E$ соответствует единственное значение $x\in D$, то определена функция $x=\varphi(y)$ с областью определения E и множеством значений D (рис1). Такая функция $x=\varphi(y)$ называется обратной к функции $y=f(x)$ и записывается в следующем виде: $x=\varphi(y)=f^{-1}(y)$. Про функции $x=\varphi(y)$ и $y=f(x)$ говорят, что они являются взаимно обратными.



1)

1) $y=\frac{3}{x}$ и $x=\frac{3}{y}$

2) $y=x+1$ и $x=y-1$

3) $y=2x-3$ и $x=\frac{y+3}{2}$

(Для того, чтобы для функции $y=f(x)$ найти обратную функцию надо переменную x выразить через переменную y).

Теорема. Если функция $y=f(x)$ строго монотонна на интервале (a;b) и имеет не равную нулю производную $f'(x)$ в производной точке этого интервала, то обратная ей функция $x=\varphi(y)$ также имеет производную $\varphi'(y)$ в соответствующей точке, определяемую равенством $\varphi'(y)=\dfrac{1}{f'(x)}$.

Пример:

1. Пользуясь правилом дифференцирования обратной функции, найти производную функции $y=\sqrt[3]{x-1}$.
Решение: Обратная функция $x=y^3+1$ имеет производную $x'_y=3y^2$.
Следовательно,

$$y'_x=\frac{1}{x'_y}=\frac{1}{3y^2}=\frac{1}{3\times\sqrt[3]{(x-1)^2}}.$$

Дифференциал функции

Определение. Если функция $y=f(x)$ дифференцируема в точке x, т.е. имеет в этой точке конечную производную $f'(x)$, то ее приращение Δy можно записать в виде $\Delta y=f'(x)\Delta x+\alpha(\Delta x)\times\Delta x$, где $\lim\limits_{\Delta x\to 0}\alpha(\Delta x)=0$.

Главная, линейная относительно Δx часть $f'(x)\Delta x$ приращения функции называется дифференциалом функции и обозначается dy:

$dy=f'(x)\times\Delta x$. $\quad (dy=f'(x)dx)$

При достаточно малых Δx приращение функции приближенно равно ее дифференциалу т.е. $\Delta y\approx dy$.

Примеры:

1. Найти дифференциал функции у = $\cos x+5x^2$.

Решение:

Используя формулу, $dy=f'(x)dx$ получаем dy = (-sinx+10x)dx.

2. Для функции $y=x^3-x^2+1$ найти приращение Δy при $\Delta x=0{,}01$ и $x=-1$.

Решение:

Используя формулу, $dy=f'(x)\times\Delta x$ получаем $dy=(x^3-x^2+1)'\times\Delta x=$

=$(3x^2-2x)\times\Delta x$. Выполняя подстановку $\Delta x=0{,}01$ и $x=-1$, находим приращение Δy:

Δy =$(3\times(-1)^2-2\times(-1))\times 0{,}01$=0,05

Ответ: Δy =0,05

Исходные данные

Вариант 1

Найдите дифференциал функции:

1. $y = 3x^5 + 8x^3 + 7x^2 - \sqrt{3}$
2. $y = -\dfrac{15}{x} + 2\sqrt{x} - ctg3x + 5^x$
3. $y = \left(-2x^7 + 4x^5 - \sqrt{3}x\right)^4$
4. $y = (8x-7)^3 + \sqrt{9-3x}$
1. $y = \dfrac{(4x-9)^4}{(3-5x)^3}$

Вариант 2

Найдите дифференциал функции:

1. $y = 4x^6 - 7x^2 + 9x + \dfrac{\pi}{4}$
2. $y = -\dfrac{5}{x} - 7\sqrt{x} + \sin 2x - \ell^{3x}$
3. $y = \left(7x^5 - 2x^3 + 8x - \dfrac{\pi}{2}\right)^5$
4. $y = (3-8x)^3 + \sqrt{4-x^3}$
5. $y = \dfrac{(4-5x)^3}{(4x+7)^4}$

Вариант 3

Найдите дифференциал функции:

1. $y = 7x^5 - 2x^3 + 8x - \dfrac{\pi}{2}$
2. $y = -\dfrac{5}{x} - 7\sqrt{x} + \sin x$
3. $y = (3x^5 + 8x^3 + 7x^2 - \sqrt{3})^5$
4. $y = \sqrt{2-5x} + (3x-5)^6$
5. $y = \dfrac{(3x-5)^4}{(2x-4)^3}$

Вариант 4

Найдите дифференциал функции:

1. $y = -2x^7 + 4x^5 - \sqrt{3}x$
2. $y = -\dfrac{15}{x} + 2\sqrt{x} - ctg\, x$
3. $y = \left(4x^6 - 7x^2 + 9x + \dfrac{\pi}{4}\right)^4$
4. $y = (9x-1)^5 + \sqrt{5-x^2}$
5. $y = \dfrac{(5-2x)^3}{(3x+7)^4}$

Вариант 5

Найдите дифференциал функции:

1. $y = 8x^6 - 25x^2 - 8x + \pi$
2. $y = \dfrac{4}{x} + 5\sqrt{x} + ctg2x + 5^x$
3. $y = \left(4x^3 - 9x^2 + 3x - \dfrac{1}{3}\right)^4$
4. $y = (2x-9)^{10} + \sqrt{3x-1}$
5. $y = \dfrac{(8-5x)^4}{(2x-4)^3}$

Вариант 6

Найдите дифференциал функции:

1. $y = 4x^3 - 9x^2 + 3x - \dfrac{1}{3}$
2. $y = \sin 3x - \dfrac{1}{x} + 6\sqrt{x} - \ell^{4x}$
3. $y = (8x^6 - 25x^2 - 8x + \pi)^5$
4. $y = (3-8x)^5 + \sqrt{5-2x}$
5. $y = \dfrac{(4-8x)^3}{(6-5x)^4}$

Порядок выполнения работы

1. Используя теоретические сведения выполнить предложенный преподавателем вариант задания.
2. Соответствующим образом оформить работу

Контрольные вопросы.
- таблица производных
- понятие производной
- производные сложных функций

Содержание отчета

Лист 1.	Лист 2.
Практическая работа по теме « Составление уравнений касательной и нормали, решение задач на механический смысл производной функции » Выполнил:__________ (ФИО) группа:_____________ Проверил:__________ Оценка:____________	№ примера Решение: Ответ:

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 3

Тема:

Приложение дифференциала к приближенным вычислениям.

Цель работы*:*

Используя теоретический материал и образцы решения задач, решить примеры по теме «Приложение дифференциала к приближенным вычислениям»

Краткие теоретические сведения

Дифференциал функции

Определение. Если функция $y = f(x)$ дифференцируема в точке x , т.е. имеет в этой точке конечную производную $f'(x)$, то ее приращение Δy можно записать в виде $\Delta y = f'(x)\Delta x + \alpha(\Delta x) \times \Delta x$, где $\lim\limits_{\Delta x \to 0} \alpha(\Delta x) = 0$.

Главная, линейная относительно Δx часть $f'(x)\Delta x$ приращения функции называется дифференциалом функции и обозначается dy :

$dy = f'(x) \times \Delta x$. $\quad (dy = f'(x)dx)$

При достаточно малых Δx приращение функции приближенно равно ее дифференциалу т.е. $\Delta y \approx dy$.

Исходные данные

В1

1. Найти dy

а) $y = \dfrac{2x-1}{\sqrt{x^2+1}}$

б) $y = \dfrac{1}{3} ctg^3 x$

в) $y = \arcsin \dfrac{3}{x^2}$

2. Найти приближенное значение приращения функции $y = x^3 + 3x$ при $x = 2$ и $\Delta x = 0{,}02$.

3. Найти приближенное значение функции $y = 4x^2 - 4x - 15$ при $x = -2{,}01$.

4. Вычислить:

а) $\dfrac{1}{(0{,}976)^2} \approx$

б) $\sqrt[4]{1{,}024} \approx$

В2

1. Найти dy

а) $y = \sin 3x - \cos 3x$

б) $y = \ln \sqrt{x^2 + a^2}$

в) $y = 7^{tgx} \cdot \sqrt[3]{x^2}$

2. Найти приближенное значение приращения функции $y = 2x^2 - 3x$ при $x = 1$ и $\Delta x = 0{,}01$.

3. Найти приближенное значение функции $y = \dfrac{1}{3}x^3 - 2x^2$ при $x = -1{,}02$.

4. Вычислить:

а) $(0{,}988)^4 \approx$

б) $\dfrac{1}{\sqrt[3]{1{,}036}} \approx$

Порядок выполнения работы

1. Используя теоретические сведения выполнить предложенный преподавателем вариант задания.
2. Соответствующим образом оформить работу

Контрольные вопросы.
- понятие дифференциала
- формула приближенных вычислений

Содержание отчета

Лист 1. Практическая работа по теме « Приложение дифференциала к приближенным вычислениям» Выполнил:___________ (ФИО) группа:______________ Проверил:____ ______ Оценка:_____________	Лист 2. № примера Решение: Ответ:

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 4

Тема:

Интегрирование функций.

Цель работы*:*

Используя теоретический материал и образцы решения задач, решить примеры по теме «Интегрирование функций»

Краткие теоретические сведения

Неопределенный интеграл

Основные свойства неопределенного интеграла

$1^0 (\int f(x)dx)' = f(x)$; $\quad 2^0\ d\int f(x)dx = f(x)dx$;

$3^0 \int dx(x) = F(x) + c$; $\quad 4^0 \int kf(x)dx = k\int (x)dx$;

$5^0 \int [f(x) \pm g(x)] = \int f(x)dx \pm \int g(x)dx$.

12.2. Таблица основных интегралов.

1.$\int u^\alpha du = \dfrac{u^{\alpha+1}}{\alpha+1} + c, (\alpha \neq -1),$ в частности, $\int du = u + c;$

$$2.\int \frac{du}{u} = \ln|u| + c;\ 3.\int a^u du = \frac{a^u}{\ln a} + c;\ 4.\int e^u du = e^u + c;\ 5.\int \sin u du = -\cos u + c;$$

$$6.\int \cos u du = \sin u + c;\ 7.\int tg u du = -\ln|\cos u| + c;\ \ 8.\int ctg u du = \ln|\sin u| + c;$$

$$9.\int \frac{du}{\cos^2 u} = tg u + c;\ \ 10.\int \frac{du}{\sin^2 u} = -ctg u + c;\qquad 11.\int \frac{du}{\sin u} = \ln\left|tg\frac{u}{2}\right| + c;$$

$$12.\int \frac{du}{\cos u} = \ln\left|tg\left(\frac{u}{2} + \frac{\pi}{4}\right)\right| + c;\qquad 13.\int \frac{du}{\sqrt{a^2 - u^2}} = \arcsin\frac{u}{a} + c;$$

$$14.\int \frac{du}{\sqrt{u^2 + a^2}} = \ln\left|u + \sqrt{u^2 + a^2}\right| + c;\qquad 15.\int \frac{du}{a^2 + u^2} = \frac{1}{a} arctg\frac{u}{a} + c;$$

$$16.\int \frac{du}{a^2 - u^2} = \frac{1}{2a}\ln\left|\frac{a + u}{a - u}\right| + c;\qquad 17\int \sqrt{a^2 - u^2}du = \frac{u}{2}\sqrt{a^2 - u^2} + \frac{a^2}{2}\arcsin\frac{u}{a} + c;$$

$$18.\int \sqrt{u^2 \pm a^2}du = \frac{u}{2}\times\sqrt{u^2 \pm a^2} \pm \frac{a^2}{2}\ln\left|u + \sqrt{u^2 \pm a^2}\right| + c.$$

Основные методы интегрирования

Метод непосредственного интегрирования

Определение. Метод интегрирования, при котором данный интеграл путем тождественных преобразований подынтегральной функции (или выражения) и применения свойств неопределенного интегрирования приводится к одному или нескольким табличным интегралом, называется непосредственном интегрированием.

Примеры:

1) $\int \frac{d(x)}{x+3} = \int \frac{d(x+3)}{x+3} = \ln|x+3| + c$

2) $\int \left(4x^3 - \frac{5}{\cos^2 2x} + 3^{1-x}\right)d(x) = 4\int x^3 dx - \frac{5}{2}\int \frac{d(2x)}{\cos^2 2x} - \int 3^{1-x} d(1-x) =$

$x^4 - \frac{5}{2} tgx - \frac{3^{1-x}}{\ln 3} + c$

Исходные данные

В1

1. $\int (3x^2 - 9x^3 - 27x + 10)dx$
2. $\int \frac{dx}{49 + 49x^2}$
3. $\int \frac{\cos x}{3\sin x + 7}dx$
4. $\int \frac{x \cdot \sqrt[9]{x^7}}{x^3}dx$
5. $\int tgxdx$
6. $\int \cos\frac{3}{4}xdx$

7. $\int \frac{2e^x}{e^x+3}dx$
8. $\int \cos x \cdot e^{4\sin x}dx$
9. $\int (\frac{2}{1+x^2} - \frac{3}{\sqrt{1-x^2}})dx$
10. $\int \frac{\ln^2 x}{x}dx$

В2

1. $\int (3x^3 - 13{,}5x^3 - 36x + 54)dx$
2. $\int \frac{x \cdot \sqrt[5]{x} \cdot dx}{\sqrt[6]{x^5}}$
3. $\int \frac{5x^3}{3x^4+11}dx$
4. $\int \frac{x^7}{\sqrt{1-x^8}}dx$
5. $\int tg^2 x dx$
6. $\int \frac{1}{6+6x^2}dx$
7. $\int \frac{2x+3x^2}{x}dx$
8. $\int \sin x \cdot e^{2\cos x}dx$
9. $\int \cos\frac{13}{21}x dx$
10. $\int \frac{\ln x}{x}dx$

Порядок выполнения работы

1. Используя теоретические сведения выполнить предложенный преподавателем вариант задания.
2. Соответствующим образом оформить работу

Контрольные вопросы.

- понятие неопределенного интеграла

- таблица интегралов основных элементарных функций
- методы интегрирования

Содержание отчета

Лист 1. Практическая работа по теме « Интегрирование функций» Выполнил:___________ (ФИО) группа:______________ Проверил:__________ Оценка:_____________	Лист 2. № примера Решение: Ответ:

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 5

Тема:

Вычисление площадей плоских фигур и объемов тел вращения.

Цель работы:

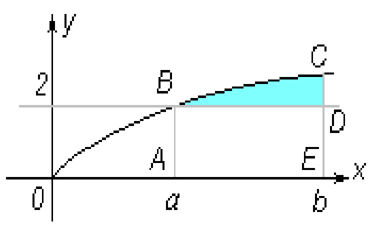
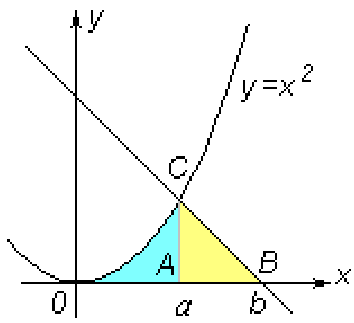
Используя теоретический материал и образцы решения задач, решить примеры по теме «Вычисление площадей плоских фигур и объемов тел вращения»

Краткие теоретические сведения

Определение. Криволинейной трапецией называется фигура, ограниченная графиком непрерывной и не меняющей на отрезке $[a;b]$ знака функции $f(x)$, прямыми $x=a, x=b$ и отрезком $[a;b]$. Площадь S криволинейной трапеции находится по формуле

$$S=\int_a^b f(x)dx=F(b)-F(a). \quad (*)$$

Задание. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями:

№ шага	План вычисления площади криволинейной трапеции	Применение плана	
		а) $y=\sqrt{x},\ y=2,\ x=9$	б) $y=x^2,\ y=2-x,\ y=0$
1	Строим заданные линии и штриховкой отмечаем фигуру, площадь которой надо найти. Установим, является ли эта фигура криволинейной трапецией		

2	Записываем формулу для вычисления площади искомой фигуры	$S=S_{ABCDE}-S_{ABDE}=$ $=\int\limits_a^b \sqrt{x}dx-\int\limits_a^b 2dx$	$S=S_{OAC}+S_{ACB}=$ $=\int\limits_0^a x^2dx+\int\limits_a^b (2-x)dx$
3	Находим пределы интегрирования	$\begin{cases} y=\sqrt{x}, \\ y=2; \end{cases} \Rightarrow \sqrt{x}=2 \Rightarrow x=4$, $a=x_A=4,\ b=x_B=9$	$\begin{cases} y=x^2, \\ y=2-x; \end{cases} \Rightarrow$ $\Rightarrow x^2+x-2=0 \Rightarrow x=-2;1$
4	Вычисляем искомую площадь по формуле (*)	$S=\int\limits_4^9 \sqrt{x}dx-\int\limits_4^9 2dx=\left.\frac{2x^{3/2}}{3}\right\vert_4^9-$ $-\left.2x\right\vert_4^9=\frac{2}{3}(27-8)-2(9-4)=$ $=\frac{8}{3}$, $S=2\frac{2}{3}$ (кв.ед.)	$S=\int\limits_0^1 x^2dx+\int\limits_1^2 (2-x)dx=$ $=\left.\frac{x^3}{3}\right\vert_0^1+\left.\left(2x-\frac{x^2}{2}\right)\right\vert_1^2=\frac{1}{3}+$ $+\left(4-\frac{4}{2}\right)-\left(2-\frac{1}{2}\right)=\frac{5}{6}$, $S=\frac{5}{6}$ (кв.ед.)

а) $y=\sqrt{x},\ y=2,\ x=9$; б) $y=x^2,\ y=2-x,\ y=0$.

Примеры. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями:

1) $y=x^2, y=0, x=2$; 2) $y=x^2, y=1$; 3) $y=-x^2+1, y=0$; 4) $y=1+x^2, y=2$;

5) $y=e^x, y=0, x=0, x=1$; 6) $y=x^3, y=\sqrt{x}$; 7) $y=2x-x^2, y=\frac{3}{4}$; 8) $y=x^3, y=1, x=2$;

9) $y=\frac{5}{x}, y=6-x$.

Порядок выполнения работы

1. Используя теоретические сведения выполнить предложенный преподавателем вариант задания.
2. Соответствующим образом оформить работу

Контрольные вопросы.

- понятие неопределенного интеграла
- таблица интегралов основных элементарных функций
- методы интегрирования

Исходные данные

Вариант 1

1. Найдите площадь плоской фигуры , ограниченную линиями

$y = \sin x$; x=0; $x = \pi$; $y = 0$.

2. Найдите объем тела, полученного от вращения вокруг оси OX площади, ограниченной линиями

$y^2 = x$; x+y=2 ; y=0

3.Вычислите определенные интегралы

а) $\int_0^{\sqrt{3}} \frac{xdx}{2\sqrt{1+x^2}}$

б) $\int_0^1 3e^{x^3} \cdot x^2 dx$

в) $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} \sin 2x dx$

4.Найдите интеграл

$\int ctg^2 x dx$

Вариант 2

1. Найдите площадь плоской фигуры , ограниченную линиями

$y = 6x^2$; $x = 3$; $x = 4$; $y = 0$.

2. Найдите объем тела, полученного от вращения вокруг оси OX площади, ограниченной линиями

$x^2 + y^2 = 1$

3.Вычислите определенные интегралы

а) $\int_2^3 \frac{xdx}{1+x^2}$

б) $\int_1^5 (x^3 - 3x) \cdot dx$

в) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x \cos^2 x dx$

4.Найдите интеграл

$\int 3^{x^4} x^3 dx$

Содержание отчета

Лист 1. Практическая работа по теме «Вычисление площадей плоских фигур и объемов тел вращения» Выполнил:___________ (ФИО) группа:______________ Проверил:___________ Оценка:___________	Лист 2. № примера Решение: Ответ:

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 6

Тема:

Решение физических и технических задач с помощью определенного интеграла

Цель работы*:*

Используя теоретический материал и образцы решения задач, решить примеры по теме «Решение физических и технических задач с помощью определенного интеграла»

Краткие теоретические сведения

Определение. Криволинейной трапецией называется фигура, ограниченная графиком непрерывной и не меняющей на отрезке $[a;b]$ знака функции $f(x)$, прямыми $x=a,\ x=b$ и отрезком $[a;b]$. Площадь S криволинейной трапеции находится по формуле

$$S=\int_a^b f(x)dx=F(b)-F(a).\quad (*)$$

Порядок выполнения работы

1. Используя теоретические сведения выполнить предложенный преподавателем вариант задания.
2. Соответствующим образом оформить работу

Контрольные вопросы.

- Какие физические величины можно вычислить с помощью определенного интеграла?
- По какой формуле вычисляется путь, пройденной точки с переменной скоростью?
- По какой формуле вычисляется работа переменной силы?
- От каких величин зависит величина силы давления на погруженную в жидкость пластину?
- С помощью какой формулы вычисляется сила давления жидкости на вертикальную пластину?

Содержание отчета

Лист 1. Практическая работа по теме «Решение физических и технических задач с помощью определенного интеграла » Выполнил:___________ (ФИО) группа:______________ Проверил:___________ Оценка:_____________	Лист 2. № примера Решение: Ответ:

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 7

Тема:

Решение дифференциальных уравнений первого порядка с разделяющимися переменными.

Цель работы:

Используя теоретический материал и образцы решения задач, решить примеры по теме «Решение дифференциальных уравнений первого порядка с разделяющимися переменными»

Порядок выполнения работы

1. Используя теоретические сведения выполнить предложенный преподавателем вариант задания.
2. Соответствующим образом оформить работу

Контрольные вопросы.

Содержание отчета

Лист 1.	Лист 2.
Практическая работа по теме «Решение физических и технических задач с помощью определенного интеграла » Выполнил:__________ (ФИО) группа:____________	№ примера Решение: Ответ:

Проверил:__________ Оценка:____________	

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 8

Тема:

«Линейные однородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами, методы их решения».

Цель работы*:*

Используя теоретический материал и образцы решения задач, решить примеры по теме «Линейные однородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами, методы их решения»

Порядок выполнения работы

1. Используя теоретические сведения выполнить предложенный преподавателем вариант задания.
2. Соответствующим образом оформить работу

Контрольные вопросы.

1. Понятие ЛДУ
2. ЛДУ второго порядка

Содержание отчета

Лист 1. Практическая работа по теме «Линейные однородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами, методы их решения» Выполнил:__________ (ФИО) группа:_____________ Проверил:______ ____ Оценка:____________	Лист 2. № примера Решение: Ответ:

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 9

Тема:

Решение линейных однородных дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами.

Цель работы*:*

Используя теоретический материал и образцы решения задач, решить примеры по теме «Решение линейных однородных дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами»

Краткие теоретические сведения

Рассмотрим линейное дифференциальное уравнение вида

$$y'' + py' + qy = 0,$$

где p, q – постоянные коэффициенты.

Для каждого такого дифференциального уравнения можно записать так называемое *характеристическое уравнение*:

$$k^2 + pk + q = 0.$$

Общее решение однородного дифференциального уравнения зависит от корней характеристического уравнения, которое в данном случае будет являться квадратным уравнением. Возможны следующие случаи:

1. Дискриминант характеристического квадратного уравнения положителен: $D > 0$. Тогда корни характеристического уравнения k_1 и k_2 действительны и различны. В этом случае общее решение описывается функцией

   $$y(x) = C_1 e^{k_1 x} + C_2 e^{k_2 x},$$

   где C_1 и C_2 – произвольные действительные числа.

2. Дискриминант характеристического квадратного уравнения равен нулю: $D = 0$. Тогда корни действительны и равны. В этом случае говорят, что существует один корень k_1 второго порядка. Общее решение однородного дифференциального уравнения имеет вид:

   $$y(x) = (C_1 x + C_2)\, e^{k_1 x}.$$

3. Дискриминант характеристического квадратного уравнения отрицателен: $D < 0$. Такое уравнение имеет комплексно-сопряженные корни $k_1 = \alpha + \beta i,\ k_2 = \alpha - \beta i$. Общее решение записывается в виде

   $$y(x) = e^{\alpha x}\left[C_1 \cos(\beta x) + C_2 \sin(\beta x)\right].$$

Порядок выполнения работы

1. Используя теоретические сведения выполнить предложенный преподавателем вариант задания.
2. **Соответствующим образом оформить работу**

Контрольные вопросы.

1. Задача Коши
2. Метод Эйлера

Содержание отчета

Лист 1. Практическая работа по теме «Решение физических и технических задач с помощью определенного интеграла » Выполнил:__________ (ФИО) группа:_____________ Проверил:__________ Оценка:_____________	Лист 2. № примера Решение: Ответ:

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 10

Тема:

Исследование рядов на сходимость.

Цель работы*:*

Используя теоретический материал и образцы решения задач, решить примеры по теме «Исследование рядов на сходимость»

Порядок выполнения работы

1. Используя теоретические сведения выполнить предложенный преподавателем вариант задания.
2. Соответствующим образом оформить работу

Содержание отчета

Лист 1. Практическая работа по теме «Исследование рядов на сходимость» Выполнил:___________ (ФИО) группа:_____________ Проверил:__________ Оценка:____________	Лист 2. № примера Решение: Ответ:

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 11

Тема:

Разложение функций в ряды Тейлора или Маклорена.
Цель работы*:*
Используя теоретический материал и образцы решения задач, решить примеры по теме «Разложение функций в ряды Тейлора или Маклорена»

Порядок выполнения работы

1. Используя теоретические сведения выполнить предложенный преподавателем вариант задания.
2. Соответствующим образом оформить работу

Содержание отчета

Лист 1. Практическая работа по теме «Разложение функций в ряды Тейлора или Маклорена» Выполнил:___________ (ФИО) группа:_____________ Проверил:__________ Оценка:____________	Лист 2. № примера Решение: Ответ:

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 12

Тема:

Вычисление значений производных в точке, значений определенных интегралов методами численного дифференцирования и интегрирования.

Цель работы*:*

Используя теоретический материал и образцы решения задач, решить примеры по теме «Вычисление значений производных в точке, значений определенных интегралов методами численного дифференцирования и интегрирования»

Порядок выполнения работы

1. Используя теоретические сведения выполнить предложенный преподавателем вариант задания.
2. Соответствующим образом оформить работу

Содержание отчета

Лист 1. Практическая работа по теме «Вычисление значений производных в точке, значений определенных интегралов методами численного дифференцирования и интегрирования» Выполнил:__________ (ФИО) группа:_____________ Проверил:__________ Оценка:____________	Лист 2. № примера Решение: Ответ:

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 13

Тема:

Применение комбинаторики при решении профессиональных задач.

Цель работы*:*

Используя теоретический материал и образцы решения задач, решить примеры по теме «Применение комбинаторики при решении профессиональных задач»

Краткие теоретические сведения

Порядок выполнения работы

1. Используя теоретические сведения выполнить предложенный преподавателем вариант задания.
2. Соответствующим образом оформить работу

Содержание отчета

Лист 1.	Лист 2.
Практическая работа по теме «Применение комбинаторики при решении профессиональных задач» Выполнил:__________ (ФИО) группа:_____________ Проверил:__________ Оценка:____________	№ примера Решение: Ответ:

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 14

Тема:

Применение теории вероятностей при решении профессиональных задач.

Цель работы*:*

Используя теоретический материал и образцы решения задач, решить примеры по теме «Применение теории вероятностей при решении профессиональных задач»

Порядок выполнения работы

1. Используя теоретические сведения выполнить предложенный преподавателем вариант задания.
2. Соответствующим образом оформить работу

Содержание отчета

Лист 1. Практическая работа по теме «Применение теории вероятностей при решении профессиональных задач» Выполнил:__________ (ФИО) группа:_____________ Проверил:__________ Оценка:____________	Лист 2. № примера Решение: Ответ:

ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ОБУЧЕНИЯ.

Основная литература:

1. Ш.А.Алимов и др. Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы М: учеб. для общеорбразоват. учереждений: базовый уровень., Просвещение, 2011. – 464 с.
2. В.В. Гарбарук и др. Тезисы курса высшей математики для втузов : учебное пособие – 2-е изд. – СПб. : Петербургский гос. ун-т путей сообщения, 2011. – 86 с.

Дополнительная литература:

3. Дмитрий Письменный. Конспект лекций по высшей математике: [в 2 ч.]. Ч.1, 11-е изд. – М.: Айрис-Пресс, 2011.- 288 с.