

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОГО ТРАНСПОРТА**

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования  
**«Петербургский государственный университет путей сообщения  
Императора Александра I»  
(ФГБОУ ВО ПГУПС)**

**Ожерельевский ж.д. колледж - филиал ПГУПС**

СОГЛАСОВАНО

Методист

\_\_\_\_\_ Л.А. Елина  
« \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20 \_\_\_\_ г.

УТВЕРЖДАЮ

Заместитель директора по УР

\_\_\_\_\_ Н.Н. Иванова  
« \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20 \_\_\_\_ г.

**МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ  
К ВЫПОЛНЕНИЮ ПРАКТИЧЕСКИХ РАБОТ**

**по дисциплине ЕН.01 Прикладная математика**

специальность 08.02.10 Строительство железных дорог, путь и путевое  
хозяйство

## СОДЕРЖАНИЕ

1. Пояснительная записка	4
2. Перечень практических работ	6
3. Требования к выполнению и оформлению практических работ	7
4. Практические работы	10
4.1 Практическая работа 1 «Действия над комплексными числами в различных формах»	10
4.2 Практическая работа 2 «Составление уравнений касательной и нормали, решение задач на механический смысл производной функции»	11
4.3 Практическая работа 3 «Приложение дифференциала к приближенным вычислениям»	12
4.4 Практическая работа 4 «Интегрирование функций»	13
4.5 Практическая работа 5 «Вычисление площадей плоских фигур и объемов тел вращения»	14
4.6 Практическая работа 6 «Решение физических и технических задач с помощью определенного интеграла»	15
4.7 Практическая работа 7 «Решение дифференциальных уравнений первого порядка с разделяющимися переменными»	16
4.8 Практическая работа 8 «Линейные однородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами, методы их решения»	17
4.9 Практическая работа 9 «Решение линейных однородных дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами»	18
4.10 Практическая работа 10 «Исследование рядов на сходимость»	19
4.11 Практическая работа 11 «Разложение функций в ряды Тейлора или Маклорена»	20

4.12 Практическая работа 12 «Вычисление значений производных в точке, значений определенных интегралов методами численного дифференцирования и интегрирования»	21
4.13 Практическая работа 13 «Применение комбинаторики при решении профессиональных задач»	22
4.14 Практическая работа 14 «Применение теории вероятностей при решении профессиональных задач»	23
Библиографический список	24

## ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Методические рекомендации по выполнению практических работ по дисциплине «ЕН.01 Прикладная математика» составлены в соответствии с требованиями ФГОС СПО к минимуму содержания и уровню подготовки выпускников СПО по специальности 08.02.10 Строительство железных дорог, путь и путевое хозяйство и на основе рабочей программы дисциплины. Данная дисциплина относится к блоку естественнонаучных дисциплин.

В результате освоения дисциплины обучающийся должен

### **уметь:**

- применять математические методы дифференциального и интегрального исчисления для решения профессиональных задач;
- применять основные положения теории вероятностей и математической статистики в профессиональной деятельности;
- использовать приемы и методы математического синтеза и анализа в различных профессиональных ситуациях;

В результате освоения дисциплины обучающийся должен

### **знать:**

- основные понятия и методы основ линейной алгебры, дискретной математики, математического анализа, теории вероятностей и математической статистики;
- способы решения прикладных задач методом комплексных чисел.

*Процесс изучения дисциплины направлен на формирование общих компетенций, включающих в себя способность*

- понимать сущность и социальную значимость своей будущей профессии, проявлять к ней устойчивый интерес (ОК 1);
- организовывать собственную деятельность, выбирать типовые методы и способы выполнения профессиональных задач, оценивать их эффективность и качество (ОК 2);
- принимать решения в стандартных и нестандартных ситуациях и нести за них ответственность (ОК 3);
- осуществлять поиск и использование информации, необходимой для эффективного выполнения профессиональных задач, профессионального и личностного развития (ОК 4);
- использовать информационно-коммуникационные технологии в профессиональной деятельности (ОК 5);
- работать в коллективе и команде, эффективно общаться с коллегами, руководством, потребителями (ОК 6);
- брать на себя ответственность за работу членов команды (подчиненных), результат выполнения заданий (ОК 7);
- самостоятельно определять задачи профессионального и личностного развития, заниматься самообразованием, осознанно планировать повышение квалификации (ОК8);

— ориентироваться в условиях частой смены технологий в профессиональной деятельности (ОК 9);

*Содержание дисциплины ориентировано на подготовку студентов к освоению профессиональных модулей по специальности и овладению профессиональными компетенциями, соответствующими основным видам профессиональной деятельности:*

ПК 1.1. Выполнять различные виды геодезических съемок.

ПК 1.2. Обрабатывать материалы геодезических съемок.

ПК 3.1. Обеспечивать требования к основным элементам и конструкции земляного полотна, переездов, путевых и сигнальных знаков, верхнего строения пути.

ПК 3.4. Эксплуатировать средства диагностики железнодорожного пути и сооружений.

ПК 4.1. Планировать работу структурного подразделения при технической эксплуатации, обслуживании и ремонте пути, искусственных сооружений.

Рабочая программа учебной дисциплины предусматривает 28 часов практических работ

### Перечень лабораторных (практических) работ

№ п/п	Название работы	Объем часов
1	Действия над комплексными числами в различных формах	2
2	Составление уравнений касательной и нормали, решение задач на механический смысл производной функции.	2
3	Приложение дифференциала к приближенным вычислениям	2
4	Интегрирование функций.	2
5	Вычисление площадей плоских фигур и объемов тел вращения.	2
6	Решение физических и технических задач с помощью определенного интеграла	2
7	Решение дифференциальных уравнений первого порядка с разделяющимися переменными.	2
8	Линейные однородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами, методы их решения	2
9	Решение линейных однородных дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами	2
10	Исследование рядов на сходимость.	2
11	Разложение функций в ряды Тейлора или Маклорена.	2
12	Вычисление значений производных в точке, значений определенных интегралов методами численного дифференцирования и интегрирования.	2
13	Применение комбинаторики при решении профессиональных задач.	2
14	Применение теории вероятностей при решении профессиональных задач.	2
ИТОГО		28

## **Требования к выполнению и оформлению практических работ**

1. Студент должен прийти на практическое занятие подготовленным к выполнению работы. Студент, не подготовленный к работе, не может быть допущен к ее выполнению.
2. Каждый студент после проведения работы должен представить отчет о проделанной работе с анализом полученных результатов и выводом по работе.
3. Отчет о проделанной работе следует выполнять на отдельном листе формата А4. Содержание отчета указано ниже.
4. Расчет следует проводить с точностью до двух значащих цифр.
5. Если студент не выполнил практическую работу или часть работы, то он может выполнить работу или оставшуюся часть во внеурочное время, согласованное с преподавателем.
6. Оценку по практической работе студент получает, с учетом срока выполнения работы, если:
  - расчеты выполнены правильно и полном объеме;
  - студент может пояснить выполнение любого этапа работы;
  - отчет выполнен в соответствии с требованиями к выполнению работы.
7. Оценку по практическим работам студент получает при условии выполнения всех предусмотренных программой работ после сдачи отчетов по работам при удовлетворительных оценках за опросы и контрольные вопросы при выполнении практических заданий.

## ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 1

### Тема:

Действия над комплексными числами в различных формах

### Цель работы:

Используя теоретический материал и образцы решения задач, решить примеры по теме «Действия над комплексными числами, заданными в различных формах»

### Краткие теоретические сведения

#### Основные понятия

Квадратное уравнение с действительными коэффициентами и отрицательным дискриминантом не имеет действительных корней. Поэтому приходится расширять множество действительных чисел, добавляя к нему новые числа. Эти новые числа вместе с действительными числами образуют множество, которое называют множеством *комплексных чисел*.

**Комплексным числом** - называется выражение вида  $z = a + b \cdot i$ , где  $a$  и  $b$  действительные числа, число  $a$  называется действительной частью комплексного числа  $z = a + b \cdot i$ , а число  $b$  – его мнимой частью, а  $i$  – мнимая единица, определяемая равенством  $i^2 = -1$ .

Например, действительная часть комплексного числа  $z = 2 + 3 \cdot i$  равна  $a = 2$ , а мнимая равна  $b = 3$ .

Действительные числа:  $z = a + 0i = a$ ,  $z = \operatorname{Re} z$ .

Мнимые числа:  $z = 0 + bi = bi$ ,  $z = \operatorname{Im} z$ .

Равные комплексные числа:  $z_1 = a + bi$ ,  $z_2 = c + di$ ,  $z_1 = z_2$ , если  $a = c$ ,  $b = d$ .

Противоположные комплексные числа:  $z = a + bi$ ,  $z = -a - bi$ .

Сопряженные комплексные числа:  $z = a + bi$ ,  $z = a - bi$ .

Алгебраическая форма записи комплексных чисел:  $z = a + bi$

### Сложение и умножение комплексных чисел

**Суммой** двух комплексных чисел  $z_1 = a + b \cdot i$  и  $z_2 = c + d \cdot i$  называется комплексное число:  $z = z_1 + z_2 = (a + b \cdot i) + (c + d \cdot i) = (a + c) + (b + d) \cdot i$ ,



**Произведением** двух комплексных чисел  $z_1=a+b\cdot i$  и  $z_2=c+d\cdot i$  называется комплексное число :  $z = z_1 \cdot z_2 = (a+b\cdot i) \cdot (c+d\cdot i) = (a\cdot c - b\cdot d) + (a\cdot d + b\cdot c)\cdot i$

Из формул вытекает, что сложение и умножение можно выполнять по правилам действий с многочленами, считая  $i^2 = -1$ . Операции сложения и умножения комплексных чисел обладают свойствами действительных чисел. Основные свойства:

**Переместительное свойство:**

$$Z_1 + Z_2 = Z_2 + Z_1, \quad Z_1 \cdot Z_2 = Z_2 \cdot Z_1$$

**Сочетательное свойство:**

$$(Z_1 + Z_2) + Z_3 = Z_1 + (Z_2 + Z_3), \quad (Z_1 \cdot Z_2) \cdot Z_3 = Z_1 \cdot (Z_2 \cdot Z_3)$$

**Распределительное свойство:**

$$Z_1 \cdot (Z_2 + Z_3) = Z_1 \cdot Z_2 + Z_1 \cdot Z_3$$

Геометрическое изображение суммы комплексных чисел

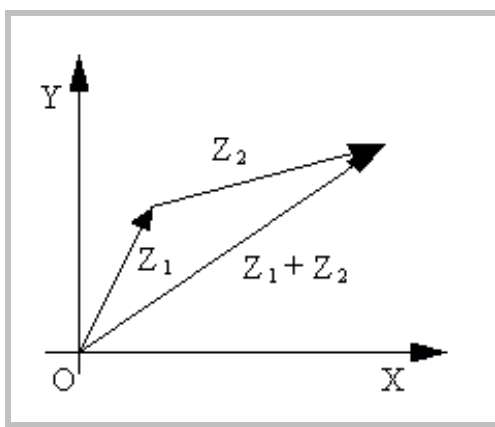


Рисунок 1.

Согласно определению сложения двух комплексных чисел, действительная часть суммы равна сумме действительных частей слагаемых, мнимая часть суммы равна сумме мнимых частей слагаемых. Точно также определяются координаты суммы векторов (Рис.1).

### **Вычитание и деление комплексных чисел**

Вычитание комплексных чисел – это операция, обратная сложению: для любых комплексных чисел  $Z_1$  и  $Z_2$  существует, и притом только одно, число  $Z$ , такое, что:  $Z + Z_2 = Z_1$                        $Z = Z_1 - Z_2$

Число  $Z=Z_1+(-Z_2)$  называют *разностью чисел*  $Z_1$  и  $Z_2$ .

$$Z = (a+b \cdot i) - (c+d \cdot i) = (a-c) + (b-d) \cdot i,$$

Деление вводится как операция, обратная умножению:  $Z \cdot Z_2 = Z_1$

Разделив обе части на  $Z_2$  получим:  $Z = \frac{Z_1}{Z_2}$

Из этого уравнения видно, что  $Z_2 \neq 0$

Производится умножение делимого и делителя на число, сопряженное

делителю.

$$Z = \frac{Z_1}{Z_2} = \frac{a+bi}{c+di} = \frac{ac+bd}{c^2+d^2} + \frac{cb+ad}{c^2+d^2}i$$

### Геометрическое изображение разности комплексных чисел

Разности  $Z_2 - Z_1$  комплексных чисел  $Z_1$  и  $Z_2$ , соответствует разность векторов, соответствующих числам  $Z_1$  и

$Z_2$ . Модуль  $|Z_2 - Z_1|$  разности

двух комплексных чисел  $Z_2$  и  $Z_1$

по определению модуля есть

длина вектора  $Z_2 - Z_1$ . Построим

этот вектор, как сумму векторов

$Z_2$  и  $(-Z_1)$  (рисунок 2). Таким

образом, модуль разности двух

комплексных чисел есть

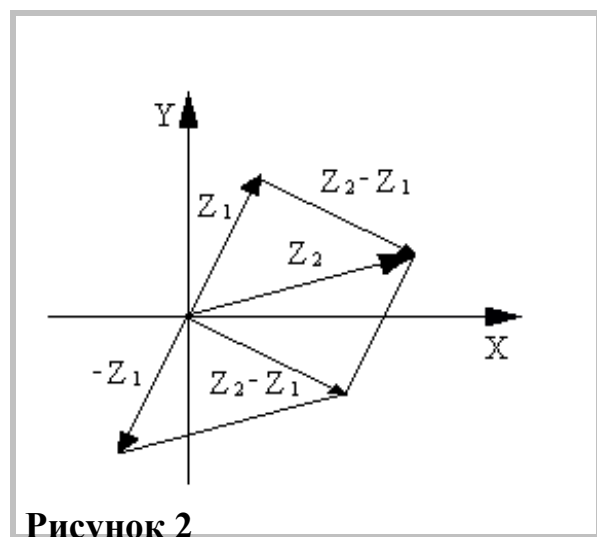


Рисунок 2

расстояние между точками комплексной плоскости, которые соответствуют этим числам.

### Исходные данные

#### Вариант № 1

1. Дано комплексное число

$$Z = 21 - 4i$$

Записать число равное, противоположное, сопряженное исходному.

2. Выполнить действие

$$Z = (3 - 2i) + (-6 - 2i)$$

3. Выполнить умножение

$$Z = (3 + 4i)(1 + 3i)$$

4. Выполнить деление

$$Z = (-6 + 2i) : (3 - 4i)$$

5. Выполнить действия

$$Z = (5 + 2i) : (2 - 5i) + (7 + 3i) : (1 - 2i)$$

### Вариант № 2

1 Дано комплексное число

$$Z = 3 + 9i$$

Записать число равное, противоположное, сопряженное исходному.

2 Выполнить действие

$$Z = (5 + 3i) + (-2 - 5i)$$

3 Выполнить умножение

$$Z = (-2 + 3i)(-1 - 6i)$$

4 Выполнить деление

$$Z = (4 + 3i) : (-2 - 5i)$$

5 Выполнить действия

$$Z = (-1 + 3i) : (5 + i) - (3 - 4i) : (4 + 3i)$$

### **Порядок выполнения работы**

1. Используя теоретические сведения выполнить предложенный преподавателем вариант задания.
2. Соответствующим образом оформить работу

### **Контрольные вопросы.**

- понятие комплексного числа (К.Ч.);
- алгебраическая форма записи К.Ч;
- арифметические операции над К.Ч.

## ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 2

### Тема:

Составление уравнений касательной и нормали, решение задач на механический смысл производной функции.

### Цель работы:

Используя теоретический материал и образцы решения задач, решить примеры по теме «Составление уравнений касательной и нормали, решение задач на механический смысл производной функции»

### Краткие теоретические сведения

#### Правила дифференцирования

$$1) (u \pm v)' = u' \pm v';$$

$$2) (u \times v)' = u' \times v + v' \times u, \text{ в частности } (cu)' = cu';$$

$$3) \left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u' \times v - v' \times u}{v^2};$$

$$4) y'(x) = y'(u) \times u'(x), \text{ если } y = f(u), u = \varphi(x);$$

$$5) y'(x) = \frac{1}{x'(y)}, \text{ если } y = f(x) \text{ и } x = \varphi(y).$$

#### Формулы дифференцирования

$$1. (C)' = 0$$

$$2. (u^\alpha)' = \alpha \times u^{\alpha-1}, \text{ в частности, } (\sqrt{u})' = \frac{1}{2\sqrt{u}};$$

$$3. (a^u)' = a^u, \text{ в частности, } (e^u)' = e^u;$$

$$4. (\log_a u)' = \frac{1}{u \ln a}, \text{ в частности, } (\ln u)' = \frac{1}{u};$$

$$5. (\sin u)' = \cos u; \quad 6. (\cos u)' = -\sin u; \quad 7. (\operatorname{tg} u)' = \frac{1}{\cos^2 u}; \quad 8. (\operatorname{ctg} u)' = -\frac{1}{\sin^2 u};$$

$$9. (\arcsin u)' = \frac{1}{\sqrt{1-u^2}}; \quad 10. (\arccos u)' = -\frac{1}{\sqrt{1-u^2}}; \quad 11. (\operatorname{arctg} u)' = \frac{1}{1+u^2};$$

$$12. (\operatorname{arcctg} u)' = -\frac{1}{1+u^2};$$

### Примеры нахождения производной элементарных функций:

$$y = (x^3 + 3x^2 - 5) \times e^x;$$

$$1) y' = (3x^2 + 6x) \times e^x + (x^3 + 3x^2 - 5) \times e^x = \\ (2x^4 + 6x^3 + 3x^2 - 4x) \times e^x .$$

$$y = x \arctg x - \frac{1}{2} \ln x ;$$

$$2) y' = (x)' \arctg x + x(\arctg x)' - \frac{1}{2} \times \frac{1}{x} = \\ = \arctg x + \frac{x}{1+x^2} - \frac{1}{2x}$$

$$3) y = \frac{(x^2 - 1)}{(x^2 + 1)} ;$$

$$y' = \frac{(x^2 - 1)'(x^2 + 1) - (x^2 - 1)(x^2 + 1)'}{(x^2 + 1)^2} = \frac{2x(x^2 + 1) - (x^2 + 1) \times 2x}{(x^2 + 1)^2} = \frac{4x}{(x^2 + 1)^2} .$$

$$4) y = x^5 - \cos x, \quad \text{найми } y'(0)$$

$$y' = 5x^4 + \sin x, \quad y'(0) = 5 \times 0^4 + \sin 0 = 0 + 0 = 0$$

### Производная сложной и обратной функций

**Определение.** Пусть  $y = f(u)$  и  $u = \varphi(x)$ , тогда  $y = f(\varphi(x))$  - сложная функция с промежуточным аргументом  $X$  и независимым аргументом  $X$ .

**Теорема.** Если функция  $u = \varphi(x)$  имеет производную  $u'(x)$  в точке  $x$ , а функция  $y = f(u)$  имеет производную  $y'(u)$  в соответствующей точке  $u = \varphi(x)$ , то сложная функция  $y = f(\varphi(x))$  имеет производную  $y'(x)$  в точке  $x$  которая находится по формуле  $y'(x) = y'(u) \times u'(x)$ .

## Правило нахождения производной сложной функции:

Для нахождения производной сложной функции надо производную данной функции по промежуточному аргументу умножить на производную промежуточного аргумента по независимому аргументу.

Это правило остается в силе, если промежуточных аргументов несколько.

**Пример.** Вычислить производную сложной функции:

$$1) y = \ln(e^{4x} + \sqrt[3]{e^{2x} + 1}).$$

*Решение:*

$$\begin{aligned} y &= \ln(e^{4x} + \sqrt[3]{e^{2x} + 1}) = \left| (\ln u)' = \frac{1}{u} (u)' \right| = \left( \frac{1}{e^{4x} + \sqrt[3]{e^{2x} + 1}} \right) (e^{4x} + \sqrt[3]{e^{2x} + 1})' = \\ &= \left| (u+v)' = u'+v'; (e^{kx})' = k e^x; (\sqrt[n]{u^m})' = (u^{\frac{n}{m}})' = \frac{n}{m} u^{\frac{n}{m}-1} u' \right| = \\ &= \frac{4e^{4x} + \frac{4e^{4x}}{3} (e^{4x} + 1)^{-\frac{2}{3}}}{(e^{4x} + \sqrt[3]{e^{2x} + 1})} \end{aligned}$$

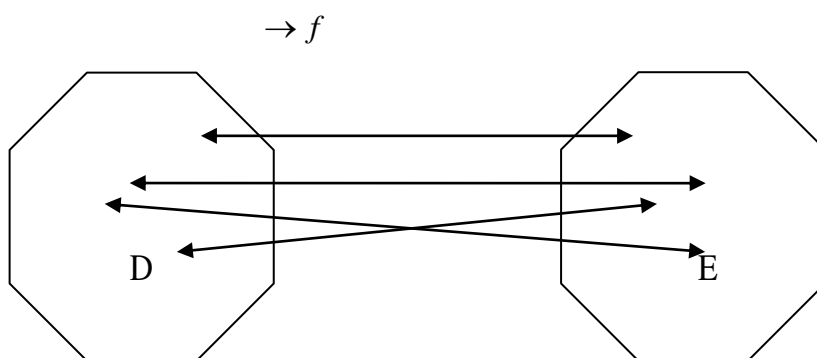
$$2) y = x \operatorname{arctg}(2x+1) - \frac{1}{2} \ln(1+x^2);$$

*Решение:*

$$\begin{aligned} y' &= (x)' \operatorname{arctg} x + x (\operatorname{arctg}(2x+1))' - \frac{1}{2} \times \frac{1}{1+x^2} (1+x^2)' = \\ &= 1 \times \operatorname{arctg} x + \frac{x}{1+(2x+1)^2} \times (2x+1)' - \frac{2x}{2(1+x^2)} = \operatorname{arctg} x + \frac{x}{2x^2 + 2x + 1} - \frac{x}{1+x^2}. \end{aligned}$$

## Обратная функция

**Определение.** Пусть задана функция  $y = f(x)$  с областью определения  $D$  и множеством значений  $E$ . Если каждому значению  $y \in E$  соответствует единственное значение  $x \in D$ , то определена функция  $x = \varphi(y)$  с областью определения  $E$  и множеством значений  $D$  (рис1). Такая функция  $x = \varphi(y)$  называется обратной к функции  $y = f(x)$  и записывается в следующем виде:  $x = \varphi(y) = f^{-1}(y)$ . Про функции  $x = \varphi(y)$  и  $y = f(x)$  говорят, что они являются взаимно обратными.



$\varphi \leftarrow$

(рис 1)

**Примеры:**

1)  $y = \frac{3}{x}$  и  $x = \frac{3}{y}$

2)  $y = x + 1$  и  $x = y - 1$

3)  $y = 2x - 3$  и  $x = \frac{y + 3}{2}$

( Для того, чтобы для функции  $y = f(x)$  найти обратную функцию надо переменную  $x$  выразить через переменную  $y$ ).

**Теорема.** Если функция  $y = f(x)$  строго монотонна на интервале  $(a;b)$  и имеет не равную нулю производную  $f'(x)$  в производной точке этого интервала, то обратная ей функция  $x = \varphi(y)$  также имеет производную  $\varphi'(y)$  в соответствующей точке, определяемую равенством  $\varphi'(y) = \frac{1}{f'(x)}$ .

**Пример:**

1. Пользуясь правилом дифференцирования обратной функции, найти производную функции  $y = \sqrt[3]{x-1}$ .

Решение: Обратная функция  $x = y^3 + 1$  имеет производную  $x'_y = 3y^2$ .

Следовательно,

$$y'_x = \frac{1}{x'_y} = \frac{1}{3y^2} = \frac{1}{3 \times \sqrt[3]{(x-1)^2}}.$$

### Дифференциал функции

**Определение.** Если функция  $y = f(x)$  дифференцируема в точке  $x$ , т.е. имеет в этой точке конечную производную  $f'(x)$ , то ее приращение  $\Delta y$  можно записать в виде  $\Delta y = f'(x)\Delta x + \alpha(\Delta x) \times \Delta x$ , где  $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \alpha(\Delta x) = 0$ .



Главная, линейная относительно  $\Delta x$  часть  $f'(x)\Delta x$  приращения функции называется дифференциалом функции и обозначается  $dy$ :

$$dy = f'(x) \times \Delta x. \quad (dy = f'(x)dx)$$

При достаточно малых  $\Delta x$  приращение функции приближенно равно ее дифференциалу т.е.  $\Delta y \approx dy$ .

### Примеры:

1. Найти дифференциал функции  $y = \cos x + 5x^2$ .

Решение:

Используя формулу,  $dy = f'(x)dx$  получаем  $dy = (-\sin x + 10x)dx$ .

2. Для функции  $y = x^3 - x^2 + 1$  найти приращение  $\Delta y$  при  $\Delta x = 0,01$  и  $x = -1$ .

Решение:

Используя формулу,  $dy = f'(x) \times \Delta x$  получаем  $dy = (x^3 - x^2 + 1)' \times \Delta x =$

$= (3x^2 - 2x) \times \Delta x$ . Выполняя подстановку  $\Delta x = 0,01$  и  $x = -1$ , находим приращение  $\Delta y$ :

$$\Delta y = (3 \times (-1)^2 - 2 \times (-1)) \times 0,01 = 0,05$$

Ответ:  $\Delta y = 0,05$

### Исходные данные

#### Вариант 1

Найдите дифференциал функции:

1.  $y = 3x^5 + 8x^3 + 7x^2 - \sqrt{3}$

2.  $y = -\frac{15}{x} + 2\sqrt{x} - \operatorname{ctg} 3x + 5^x$

3.  $y = (-2x^7 + 4x^5 - \sqrt{3}x)^4$

4.  $y = (8x - 7)^3 + \sqrt{9 - 3x}$

1.  $y = \frac{(4x - 9)^4}{(3 - 5x)^3}$

#### Вариант 3

Найдите дифференциал функции:

1.  $y = 7x^5 - 2x^3 + 8x - \frac{\pi}{2}$

2.  $y = -\frac{5}{x} - 7\sqrt{x} + \sin x$

#### Вариант 2

Найдите дифференциал функции:

1.  $y = 4x^6 - 7x^2 + 9x + \frac{\pi}{4}$

2.  $y = -\frac{5}{x} - 7\sqrt{x} + \sin 2x - e^{3x}$

3.  $y = \left(7x^5 - 2x^3 + 8x - \frac{\pi}{2}\right)^5$

4.  $y = (3 - 8x)^3 + \sqrt{4 - x^3}$

5.  $y = \frac{(4 - 5x)^3}{(4x + 7)^4}$

#### Вариант 4

Найдите дифференциал функции:

1.  $y = -2x^7 + 4x^5 - \sqrt{3}x$

2.  $y = -\frac{15}{x} + 2\sqrt{x} - \operatorname{ctg} x$

3.  $y = (3x^5 + 8x^3 + 7x^2 - \sqrt{3})^5$

4.  $y = \sqrt{2-5x} + (3x-5)^6$

5.  $y = \frac{(3x-5)^4}{(2x-4)^3}$

3.  $y = \left(4x^6 - 7x^2 + 9x + \frac{\pi}{4}\right)^4$

4.  $y = (9x-1)^5 + \sqrt{5-x^2}$

5.  $y = \frac{(5-2x)^3}{(3x+7)^4}$

### Вариант 5

Найдите дифференциал функции:

1.  $y = 8x^6 - 25x^2 - 8x + \pi$

2.  $y = \frac{4}{x} + 5\sqrt{x} + \operatorname{ctg} 2x + 5^x$

3.  $y = \left(4x^3 - 9x^2 + 3x - \frac{1}{3}\right)^4$

4.  $y = (2x-9)^{10} + \sqrt{3x-1}$

5.  $y = \frac{(8-5x)^4}{(2x-4)^3}$

### Вариант 6

Найдите дифференциал функции:

1.  $y = 4x^3 - 9x^2 + 3x - \frac{1}{3}$

2.  $y = \sin 3x - \frac{1}{x} + 6\sqrt{x} - e^{4x}$

3.  $y = (8x^6 - 25x^2 - 8x + \pi)^5$

4.  $y = (3-8x)^5 + \sqrt{5-2x}$

5.  $y = \frac{(4-8x)^3}{(6-5x)^4}$

### Порядок выполнения работы

1. Используя теоретические сведения выполнить предложенный преподавателем вариант задания.
2. Соответствующим образом оформить работу

### Контрольные вопросы.

- таблица производных
- понятие производной
- производные сложных функций

## ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 3

### Тема:

Приложение дифференциала к приближенным вычислениям.

### Цель работы:

Используя теоретический материал и образцы решения задач, решить примеры по теме «Приложение дифференциала к приближенным вычислениям»

### Краткие теоретические сведения

#### Дифференциал функции

**Определение.** Если функция  $y = f(x)$  дифференцируема в точке  $X$ , т.е. имеет в этой точке конечную производную  $f'(x)$ , то ее приращение  $\Delta y$  можно записать в виде  $\Delta y = f'(x)\Delta x + \alpha(\Delta x) \times \Delta x$ , где  $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \alpha(\Delta x) = 0$ .

Главная, линейная относительно  $\Delta x$  часть  $f'(x)\Delta x$  приращения функции называется дифференциалом функции и обозначается  $dy$ :

$$dy = f'(x) \times \Delta x. \quad (dy = f'(x)dx)$$

При достаточно малых  $\Delta x$  приращение функции приближенно равно ее дифференциалу т.е.  $\Delta y \approx dy$ .

#### Исходные данные

В1

1. Найти  $dy$

а)  $y = \frac{2x-1}{\sqrt{x^2+1}}$

б)  $y = \frac{1}{3} \operatorname{ctg}^3 x$

в)  $y = \arcsin \frac{3}{x^2}$

2. Найти приближенное значение приращения функции  $y = x^3 + 3x$  при  $x = 2$  и  $\Delta x = 0,02$ .

3. Найти приближенное значение функции  $y = 4x^2 - 4x - 15$  при  $x = -2,01$ .

4. Вычислить:

а)  $\frac{1}{(0,976)^2} \approx$

$$\text{б) } \sqrt[4]{1,024} \approx$$

B2

1. Найти  $dy$

$$\text{а) } y = \sin 3x - \cos 3x$$

$$\text{б) } y = \ln \sqrt{x^2 + a^2}$$

$$\text{в) } y = 7^{\text{tg}x} \cdot \sqrt[3]{x^2}$$

2. Найти приближенное значение приращения функции  $y = 2x^2 - 3x$  при  $x = 1$  и  $\Delta x = 0,01$ .

3. Найти приближенное значение функции  $y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2$  при  $x = -1,02$ .

4. Вычислить:

$$\text{а) } (0,988)^4 \approx$$

$$\text{б) } \frac{1}{\sqrt[3]{1,036}} \approx$$

### Порядок выполнения работы

1. Используя теоретические сведения выполнить предложенный преподавателем вариант задания.
2. Соответствующим образом оформить работу

### Контрольные вопросы.

- понятие дифференциала
- формула приближенных вычислений

## ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 4

### Тема:

Интегрирование функций.

### Цель работы:

Используя теоретический материал и образцы решения задач, решить примеры по теме «Интегрирование функций»

### Краткие теоретические сведения

#### Неопределенный интеграл

#### Основные свойства неопределенного интеграла

$$1^0 (\int f(x)dx)' = f(x) ;$$

$$2^0 d \int f(x)dx = f(x)dx ;$$

$$3^0 \int dx(x) = F(x) + c ;$$

$$4^0 \int kf(x)dx = k \int f(x)dx ;$$

$$5^0 \int [f(x) \pm g(x)] = \int f(x)dx \pm \int g(x)dx .$$

#### 12.2. Таблица основных интегралов.

$$1. \int u^\alpha du = \frac{u^{\alpha+1}}{\alpha+1} + c, (\alpha \neq -1), \text{ в частности, } \int du = u + c;$$

$$2. \int \frac{du}{u} = \ln|u| + c; 3. \int a^u du = \frac{a^u}{\ln a} + c; 4. \int e^u du = e^u + c; 5. \int \sin u du = -\cos u + c;$$

$$6. \int \cos u du = \sin u + c; 7. \int \operatorname{tg} u du = -\ln|\cos u| + c; 8. \int \operatorname{ctg} u du = \ln|\sin u| + c;$$

$$9. \int \frac{du}{\cos^2 u} = \operatorname{tg} u + c; 10. \int \frac{du}{\sin^2 u} = -\operatorname{ctg} u + c; 11. \int \frac{du}{\sin u} = \ln \left| \operatorname{tg} \frac{u}{2} \right| + c;$$

$$12. \int \frac{du}{\cos u} = \ln \left| \operatorname{tg} \left( \frac{u}{2} + \frac{\pi}{4} \right) \right| + c; 13. \int \frac{du}{\sqrt{a^2 - u^2}} = \arcsin \frac{u}{a} + c;$$

$$14. \int \frac{du}{\sqrt{u^2 + a^2}} = \ln \left| u + \sqrt{u^2 + a^2} \right| + c; 15. \int \frac{du}{a^2 + u^2} = \frac{1}{a} \operatorname{arctg} \frac{u}{a} + c;$$

$$16. \int \frac{du}{a^2 - u^2} = \frac{1}{2a} \ln \left| \frac{a+u}{a-u} \right| + c; 17. \int \sqrt{a^2 - u^2} du = \frac{u}{2} \sqrt{a^2 - u^2} + \frac{a^2}{2} \arcsin \frac{u}{a} + c;$$

$$18. \int \sqrt{u^2 \pm a^2} du = \frac{u}{2} \times \sqrt{u^2 \pm a^2} \pm \frac{a^2}{2} \ln \left| u + \sqrt{u^2 \pm a^2} \right| + c.$$

### Основные методы интегрирования

#### Метод непосредственного интегрирования

**Определение.** Метод интегрирования, при котором данный интеграл путем тождественных преобразований подынтегральной функции (или выражения) и применения свойств неопределенного интегрирования приводится к одному или нескольким табличным интегралам, называется непосредственным интегрированием.

**Примеры:**

$$1) \int \frac{d(x)}{x+3} = \int \frac{d(x+3)}{x+3} = \ln|x+3| + c$$

$$2) \int \left( 4x^3 - \frac{5}{\cos^2 2x} + 3^{1-x} \right) d(x) = 4 \int x^3 dx - \frac{5}{2} \int \frac{d(2x)}{\cos^2 2x} - \int 3^{1-x} d(1-x) = x^4 - \frac{5}{2} \operatorname{tg} x - \frac{3^{1-x}}{\ln 3} + c$$

**Исходные данные**

В1

$$1. \int (3x^2 - 9x^3 - 27x + 10) dx$$

$$2. \int \frac{dx}{49 + 49x^2}$$

$$3. \int \frac{\cos x}{3 \sin x + 7} dx$$

$$4. \int \frac{x \cdot \sqrt[9]{x^7}}{x^3} dx$$

$$5. \int \operatorname{tg} x dx$$

$$6. \int \cos \frac{3}{4} x dx$$

$$7. \int \frac{2e^x}{e^x + 3} dx$$

$$8. \int \cos x \cdot e^{4 \sin x} dx$$

$$9. \int \left( \frac{2}{1+x^2} - \frac{3}{\sqrt{1-x^2}} \right) dx$$

$$10. \int \frac{\ln^2 x}{x} dx$$

B2

1.  $\int (3x^3 - 13,5x^3 - 36x + 54)dx$

2.  $\int \frac{x \cdot \sqrt[5]{x} \cdot dx}{\sqrt[6]{x^5}}$

3.  $\int \frac{5x^3}{3x^4 + 11} dx$

4.  $\int \frac{x^7}{\sqrt{1-x^8}} dx$

5.  $\int \operatorname{tg}^2 x dx$

6.  $\int \frac{1}{6+6x^2} dx$

7.  $\int \frac{2x+3x^2}{x} dx$

8.  $\int \sin x \cdot e^{2\cos x} dx$

9.  $\int \cos \frac{13}{21} x dx$

10.  $\int \frac{\ln x}{x} dx$

### Порядок выполнения работы

1. Используя теоретические сведения выполнить предложенный преподавателем вариант задания.
2. Соответствующим образом оформить работу

### Контрольные вопросы.

- понятие неопределенного интеграла
- таблица интегралов основных элементарных функций
- методы интегрирования

## ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 5

### Тема:

Вычисление площадей плоских фигур и объемов тел вращения.

### Цель работы:

Используя теоретический материал и образцы решения задач, решить примеры по теме «Вычисление площадей плоских фигур и объемов тел вращения»

### Краткие теоретические сведения

*Определение.* Криволинейной трапецией называется фигура, ограниченная графиком непрерывной и не меняющей на отрезке  $[a; b]$  знака функции  $f(x)$ , прямыми  $x=a$ ,  $x=b$  и отрезком  $[a; b]$ . Площадь  $S$  криволинейной трапеции находится по формуле

$$S = \int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a). (*)$$

Задание. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями:

№ шаг а	План вычисления площади криволинейной трапеции	Применение плана	
		а) $y = \sqrt{x}$ , $y = 2$ , $x = 9$	б) $y = x^2$ , $y = 2 - x$ , $y = 0$
1	Строим заданные линии и штриховкой отмечаем фигуру, площадь которой надо найти. Установим, является ли эта фигура криволинейной трапецией		
2	Записываем формулу для вычисления площади искомой фигуры	$S = S_{ABCDE} - S_{ABDE} = \int_a^b \sqrt{x} dx - \int_a^b 2 dx$	$S = S_{OAC} + S_{ACB} = \int_0^a x^2 dx + \int_a^b (2 - x) dx$
3	Находим пределы интегрирования	$\begin{cases} y = \sqrt{x}, \Rightarrow \sqrt{x} = 2 \Rightarrow x = 4, \\ y = 2; \end{cases}$ $a = x_A = 4, b = x_B = 9$	$\begin{cases} y = x^2, \Rightarrow \\ y = 2 - x; \end{cases}$ $\Rightarrow x^2 + x - 2 = 0 \Rightarrow x = -2; 1$



4	Вычисляем искомую площадь по формуле (*)	$S = \int_4^9 \sqrt{x} dx - \int_4^9 2 dx = \frac{2x^{3/2}}{3} \Big _4^9 - 2x \Big _4^9 = \frac{2}{3}(27 - 8) - 2(9 - 4) = \frac{8}{3},$ $S = 2\frac{2}{3} \text{ (кв.ед.)}$	$S = \int_0^1 x^2 dx + \int_1^2 (2 - x) dx = \frac{x^3}{3} \Big _0^1 + \left( 2x - \frac{x^2}{2} \right) \Big _1^2 = \frac{1}{3} + \left( 4 - \frac{4}{2} \right) - \left( 2 - \frac{1}{2} \right) = \frac{5}{6},$ $S = \frac{5}{6} \text{ (кв.ед.)}$
---	--	--	---

а)  $y = \sqrt{x}, y = 2, x = 9;$       б)  $y = x^2, y = 2 - x, y = 0.$

*Примеры.* Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями:

1)  $y = x^2, y = 0, x = 2;$  2)  $y = x^2, y = 1;$  3)  $y = -x^2 + 1, y = 0;$  4)  $y = 1 + x^2, y = 2;$

5)  $y = e^x, y = 0, x = 0, x = 1;$  6)  $y = x^3, y = \sqrt{x};$  7)  $y = 2x - x^2, y = \frac{3}{4};$  8)  $y = x^3, y = 1, x = 2;$

9)  $y = \frac{5}{x}, y = 6 - x.$

### Порядок выполнения работы

- Используя теоретические сведения выполнить предложенный преподавателем вариант задания.
- Соответствующим образом оформить работу

### Контрольные вопросы.

- понятие неопределенного интеграла
- таблица интегралов основных элементарных функций
- методы интегрирования

### Исходные данные

Вариант 1

- Найдите площадь плоской фигуры, ограниченную линиями  $y = \sin x; x=0; x = \pi; y = 0.$

2. Найдите объем тела, полученного от вращения вокруг оси ОХ площади, ограниченной линиями

$$y^2 = x ; x+y=2 ; y=0$$

3. Вычислите определенные интегралы

а)  $\int_0^{\sqrt{3}} \frac{xdx}{2\sqrt{1+x^2}}$

б)  $\int_0^1 3e^{x^3} \cdot x^2 dx$

в)  $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} \sin 2x dx$

4. Найдите интеграл

$$\int ctg^2 x dx$$

Вариант 2

1. Найдите площадь плоской фигуры, ограниченную линиями

$$y = 6x^2 ; x = 3 ; x = 4 ; y = 0.$$

2. Найдите объем тела, полученного от вращения вокруг оси ОХ площади, ограниченной линиями

$$x^2 + y^2 = 1$$

3. Вычислите определенные интегралы

а)  $\int_2^3 \frac{xdx}{1+x^2}$

б)  $\int_1^5 (x^3 - 3x) \cdot dx$

в)  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x \cos^2 x dx$

4. Найдите интеграл

$$\int 3^{x^4} x^3 dx$$

## ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 6

### Тема:

Решение физических и технических задач с помощью определенного интеграла

### Цель работы:

Используя теоретический материал и образцы решения задач, решить примеры по теме «Решение физических и технических задач с помощью определенного интеграла»

### Краткие теоретические сведения

*Определение.* Криволинейной трапецией называется фигура, ограниченная графиком непрерывной и не меняющей на отрезке  $[a; b]$  знака функции  $f(x)$ , прямыми  $x = a$ ,  $x = b$  и отрезком  $[a; b]$ . Площадь  $S$  криволинейной трапеции находится по формуле

$$S = \int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a). (*)$$

### Порядок выполнения работы

1. Используя теоретические сведения выполнить предложенный преподавателем вариант задания.
2. Соответствующим образом оформить работу

### Контрольные вопросы.

- Какие физические величины можно вычислить с помощью определенного интеграла?
- По какой формуле вычисляется путь, пройденной точки с переменной скоростью?
- По какой формуле вычисляется работа переменной силы?
- От каких величин зависит величина силы давления на погруженную в жидкость пластину?
- С помощью какой формулы вычисляется сила давления жидкости на вертикальную пластину?

### Исходные данные:

1. Скорость прямолинейного движения тела выражается формулой  $v = 9t^2 - 2t - 8$  (м/с). Найти путь, пройденный телом за 3 секунд от начала движения.
2. Два тела начали двигаться одновременно из одной точки в одном направлении по прямой. Первое тело движется со скоростью

$v_1=(2t^2+4t)$  м/с, м/с, второе – со скоростью  $v_2=(3t+2)$  м/с, м/с. На каком расстоянии друг от друга они окажутся через 10 с?

3. Силу упругости  $F$  пружины, растянутой  $l_1 = 0,02$  м, равна 2Н. Какую работу надо провести, чтобы растянуть пружину на  $l_2 = 0,05$  м?
4. Вычислить работу, совершенную при сжатии пружины на 0,06 м, если для ее сжатия на 0,01 нужна сила 10 Н.

## ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 7

### Тема:

Решение дифференциальных уравнений первого порядка с разделяющимися переменными.

### Цель работы:

Используя теоретический материал и образцы решения задач, решить примеры по теме «Решение дифференциальных уравнений первого порядка с разделяющимися переменными»

### Порядок выполнения работы

1. Используя теоретические сведения выполнить предложенный преподавателем вариант задания.
2. Соответствующим образом оформить работу

### Контрольные вопросы.

1. Д.У. первого порядка с разделяющимися переменными
2. Примеры применения Д.У. при решении профессиональных задач

### Исходные данные:

#### Вариант 1

- 1)  $x + y'(y + xy) = 0$
- 2)  $y \cdot y' + x = 0$
- 3)  $(x \cdot y + x) \frac{dy}{dx} = 1$
- 4)  $(xy^2 + x)dx + (y - x^2y)dy = 0$
- 5)  $y' = \frac{x \sin x}{y \cos y}$

#### Вариант 2

- 1)  $y' = \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{tgy}$
- 2)  $x \cdot y' = 2y$
- 3)  $y' + \sqrt{\frac{1-y^2}{1-x^2}} = 0$
- 4)  $x \cdot y' = \ln|x|$
- 5)  $\sqrt{1-y^2} dx + y\sqrt{1-x^2} dy = 0$

## ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 8

### Тема:

«Линейные однородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами, методы их решения».

### Цель работы:

Используя теоретический материал и образцы решения задач, решить примеры по теме «Линейные однородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами, методы их решения»

### Порядок выполнения работы

1. Используя теоретические сведения выполнить предложенный преподавателем вариант задания.
2. Соответствующим образом оформить работу

### Исходные данные:

#### Вариант №1

1. Найдите общее решение:

a.  $y' - \frac{y}{x} = x$

b.  $y'' - 2y' - 3y = 0$

c.  $y'' - 2y' + y = 0$

d.  $y'' - 2y' + 50y = 0$

2. Найдите частное решение:

a.  $y' - 3y - 2 = 0$ ;  $y(0) = 0$

b.  $y'' - 4y' + 3y = 0$ ;  $y(0) = 6$ ,  $y'(0) = 10$

#### Вариант №2

1. Найдите общее решение:

a.  $y' - y = x$

b.  $y'' - 3y' + 2y = 0$

c.  $y'' - 6y' + 9y = 0$

d.  $y'' - 6y' + 25y = 0$

2. Найдите частное решение:

a.  $x^{-2}y' - y + 1 = 0$ ;  $y(3) = 0$

b.  $y'' + 4y' + 29y = 0$ ;  $y(0) = 0$ ,  $y'(0) = 15$

## ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 9

### Тема:

Решение линейных однородных дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами.

### Цель работы:

Используя теоретический материал и образцы решения задач, решить примеры по теме «Решение линейных однородных дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами»

### Краткие теоретические сведения

Рассмотрим линейное дифференциальное уравнение вида

$$y'' + py' + qy = 0,$$

где  $p, q$  – постоянные коэффициенты.

Для каждого такого дифференциального уравнения можно записать так называемое *характеристическое уравнение*:

$$k^2 + pk + q = 0.$$

Общее решение однородного дифференциального уравнения зависит от корней характеристического уравнения, которое в данном случае будет являться квадратным уравнением. Возможны следующие случаи:

1. Дискриминант характеристического квадратного уравнения положителен:  $D > 0$ . Тогда корни характеристического уравнения  $k_1$  и  $k_2$  действительны и различны. В этом случае общее решение описывается функцией

$$y(x) = C_1 e^{k_1 x} + C_2 e^{k_2 x},$$

где  $C_1$  и  $C_2$  – произвольные действительные числа.

2. Дискриминант характеристического квадратного уравнения равен нулю:  $D = 0$ . Тогда корни действительны и равны. В этом случае говорят, что существует один корень  $k_1$  второго порядка. Общее решение однородного дифференциального уравнения имеет вид:

$$y(x) = (C_1 x + C_2) e^{k_1 x}.$$

3. Дискриминант характеристического квадратного уравнения отрицателен:  $D < 0$ . Такое уравнение имеет комплексно-сопряженные корни  $k_1 = \alpha + \beta i$ ,  $k_2 = \alpha - \beta i$ . Общее решение записывается в виде

$$y(x) = e^{\alpha x} [C_1 \cos(\beta x) + C_2 \sin(\beta x)].$$

### Порядок выполнения работы

1. Используя теоретические сведения выполнить предложенный преподавателем вариант задания.
2. Соответствующим образом оформить работу

## Контрольные вопросы.

1. Задача Коши
2. Метод Эйлера

### Исходные данные:

#### Вариант №3

1. Найдите общее решение:

a.  $y' - 3y - 2 = 0$

b.  $y'' - 7y' + 6y = 0$

c.  $y'' - 4y' + 4y = 0$

d.  $y'' + 2y' + 5y = 0$

2. Найдите частное решение:

a.  $y' - x + \frac{3y}{x} = 0$ ;  $y(1) = 5$

b.  $4y'' + 4y' + y = 0$ ;  $y(0) = 2$ ,  $y'(0) = 0$

#### Вариант №4

1. Найдите общее решение:

a.  $y' = y + 5$

b.  $y'' - 2y' - y = 0$

c.  $y'' - 10y' + 25y = 0$

d.  $4y'' - 8y' + 5y = 0$

2. Найдите частное решение:

a.  $y' - \frac{y}{x} = x$ ;  $y(1) = 4$

b.  $y'' - 2y' = 0$ ;  $y(0) = 2$ ,  $y'(0) = 2$



## ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 10

### Тема:

Исследование рядов на сходимость.

### Цель работы:

Используя теоретический материал и образцы решения задач, решить примеры по теме «Исследование рядов на сходимость»

### Порядок выполнения работы

1. Используя теоретические сведения выполнить предложенный преподавателем вариант задания.
2. Соответствующим образом оформить работу

### Контрольные вопросы:

1. Понятие числового ряда
2. Частичная сумма ряда
3. Сходимость числовых рядов, признаки сходимости

### Исходные данные:

#### Вариант 1

1. Написать четыре члена ряда по заданному общему члену  $a_n$

$$a_n = \frac{2n^2 + 1}{3n^2 - 2};$$

2. Написать формулу общего члена ряда

$$\frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \frac{4}{5} + \dots;$$

3. Дан ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2^n}$

3.1 Найти частичную сумму  $S_3$ ;

3.2 Исследовать на сходимость ряд при помощи признака Даламбера;

4. Составить ряд Тейлора для данной функции в данной точке:

$$f(x) = e^{2x}; \quad x_0 = 0$$

## Вариант 2

1. Написать четыре члена ряда по заданному общему члену  $a_n$

$$a_n = \frac{2n-1}{\sqrt{n^3+3}};$$

2. Написать формулу общего члена ряда

$$2 + \frac{3}{2} + \frac{4}{3} + \frac{5}{4} + \dots;$$

3. Дан ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n!}$

3.1 Найти частичную сумму  $S_3$ ;

3.2 Исследовать на сходимость ряд при помощи признака Даламбера;

4. Составить ряд Тейлора для данной функции в данной точке:

$$f(x) = \sin x;$$

$$x_0 = \pi$$

$$n = 8$$

## ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 11

### Тема:

Разложение функций в ряды Тейлора или Маклорена.

### Цель работы:

Используя теоретический материал и образцы решения задач, решить примеры по теме «Разложение функций в ряды Тейлора или Маклорена»

### Порядок выполнения работы

1. Используя теоретические сведения выполнить предложенный преподавателем вариант задания.
2. Соответствующим образом оформить работу

### Контрольные вопросы:

1. Понятие функционального ряда
2. Ряды Тейлора и Маклорена

### Исходные данные:

#### Вариант 1

1. Написать четыре члена ряда по заданному общему члену  $a_n$

$$a_n = \frac{n^2 + n - 17}{3n^2 + 5n + 10};$$

2. Написать формулу общего члена ряда

$$\frac{1}{2} + \frac{3}{4} + \frac{5}{6} + \frac{7}{8} + \dots;$$

3. Дан ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3}{2^n}$

3.1 Найти частичную сумму  $S_3$ ;

3.2 Исследовать на сходимость ряд при помощи признака Даламбера;

4. Составить ряд Тейлора для данной функции в данной точке:

$$f(x) = e^{2x};$$

$$x_0 = 1$$

## Вариант 2

1. Написать четыре члена ряда по заданному общему члену  $a_n$

$$a_n = \frac{\sqrt[3]{(n+1)^n}}{n!}$$

2. Написать формулу общего члена ряда

$$2 + \frac{4}{3} + \frac{6}{5} + \frac{8}{7} + \dots;$$

3. Дан ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n-1}{(\sqrt{2})^n}$

3.1 Найти частичную сумму  $S_3$ ;

3.2 Исследовать на сходимость ряд при помощи признака Даламбера;

4. Составить ряд Тейлора для данной функции в данной точке:

$$f(x) = \sin x; \quad x_0 = \pi/4$$

## ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 12

### Тема:

Вычисление значений производных в точке, значений определенных интегралов методами численного дифференцирования и интегрирования.

### Цель работы:

Используя теоретический материал и образцы решения задач, решить примеры по теме «Вычисление значений производных в точке, значений определенных интегралов методами численного дифференцирования и интегрирования»

### Порядок выполнения работы

1. Используя теоретические сведения выполнить предложенный преподавателем вариант задания.
2. Соответствующим образом оформить работу

### Контрольные вопросы:

1. Метод односторонней разности
2. Метод прямоугольников и метод трапеций

### Исходные данные:

Вариант 1

Вычислить по формуле прямоугольников  $\int_2^5 x^2 dx$ . Найти абсолютную и относительную погрешности вычислений.

Вариант 2

Используя метод прямоугольников, вычислить  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx$  с заданным шагом  $\Delta x = 0,05$ .

## ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 13

### Тема:

Применение комбинаторики при решении профессиональных задач.

### Цель работы:

Используя теоретический материал и образцы решения задач, решить примеры по теме «Применение комбинаторики при решении профессиональных задач»

### Порядок выполнения работы

1. Используя теоретические сведения выполнить предложенный преподавателем вариант задания.
2. Соответствующим образом оформить работу

### Контрольные вопросы:

1. Виды соединений(Размещения и сочетания)

### Исходные данные:

#### Вариант 1

1. Сколько шестизначных чисел, оканчивающихся на 5, можно составить из цифр 1, 2, 3, 4, 5, 6 при условии, что в числе цифры не повторяются?
2. Сколько матчей будет сыграно в футбольном чемпионате с участием 16 команд, если каждые две команды встречаются между собой один раз?
3. Шесть шариков случайным образом располагаются в шести ящиках так, что для каждого шарика равновероятно попадание в любой ящик и в одном ящике может находиться несколько шариков. Какова вероятность того, что в каждом ящике окажется по одному шарiku?
4. В урне 3 белых и 4 чёрных шара. Из урны вынимаются два шара. Найти вероятность того, что оба шара будут белыми.
5. Завод производит 85% продукции первого сорта и 10% - второго. Остальные изделия считаются браком. Какова вероятность, что взяв наудачу изделие, мы получим брак?
6. Подбрасываем монету два раза. Какова вероятность того, что оба раза выпадет орел?

## Вариант 2

1. Сколько семизначных чисел, оканчивающихся на 7, можно составить из цифр 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 при условии, что в числе цифры не повторяются?
2. Сколько турниров будет сыграно в шахматном состязании с участием 14 команд, если каждые две команды встречаются между собой один раз?
3. Группа учащихся изучает 7 учебных дисциплин. Сколькими способами можно составить расписание занятий на понедельник, если в этот день недели должно быть 4 различных урока?
4. В урне 5 белых и 6 чёрных шара. Из урны вынимаются три шара. Найти вероятность того, что все три шара будут черными.
5. Завод производит 78% продукции первого сорта и 9% - второго. Остальные изделия считаются браком. Какова вероятность, что взяв наудачу изделие, мы получим брак?
6. Подбрасываем монету два раза? Какова вероятность того, что хотя бы один раз выпадет решка?

## ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 14

### Тема:

Применение теории вероятностей при решении профессиональных задач.

### Цель работы:

Используя теоретический материал и образцы решения задач, решить примеры по теме «Применение теории вероятностей при решении профессиональных задач»

### Порядок выполнения работы

1. Используя теоретические сведения выполнить предложенный преподавателем вариант задания.
2. Соответствующим образом оформить работу

### Контрольные вопросы:

1. Понятие события. Классификация событий
2. Вероятность события, классическое определение вероятности (схема Лапласа)

### Исходные данные:

#### Вариант 1

1. Сколько шестизначных чисел, можно составить из цифр 0, 1, 2, 3, 4, 5 при условии, что в числе цифры не повторяются?
2. Сколько раз сыграют между собой 11 команд, если каждые две команды встречаются между собой один раз?
3. Из чисел 1, 2, 3, ..., 100 наугад выбирают 65 чисел. Какова вероятность того, что наибольшим из них окажется число 98?
4. Из цифр 1, 2, 3, 4, 5 наугад составляется пятизначное число без повторяющихся цифр. Какова вероятность того, что составленное число будет четным?
5. Из урны, содержащей 20 белых, 10 черных и 12 зеленых шаров, наугад извлекают шар. Какова вероятность того, что это будет не белый шар?
6. Подбрасываем монету два раза? Какова вероятность того, что ровно один раз выпадет решка?



## Вариант 2

1. Сколько семизначных чисел, оканчивающихся на 0, можно составить из цифр 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 при условии, что в числе цифры не повторяются?
2. Спортивный клуб насчитывает 30 членов, из которых надо выделить 4 человека для участия в забеге на 1000 метров. Сколькими способами это можно сделать?
3. Семь снарядов случайным образом располагаются в семи ящиках так, что для каждого снаряда равновероятно попадание в любой ящик и в одном ящике может находиться несколько снарядов. Какова вероятность того, что в каждом ящике окажется по одному снаряду?
4. В коробке 5 оцинкованных саморезов и 4 неоцинкованных. Из коробки вынимаются два самореза. Найти вероятность того, что оба самореза будут оцинкованные.
5. Завод производит 45% продукции первого сорта и 40% - второго. Остальные изделия считаются браком. Какова вероятность, что взяв наудачу изделие, мы получим брак?
6. В урне лежит 12 шаров, из них 5 черных. Из неё достают три шара. Чему равна вероятность того, что ровно два шара будут черные?

## ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ОБУЧЕНИЯ.

### Основная литература:

1. *Дорофеева, А. В.* Математика : учебник для СПО / А. В. Дорофеева. — 3-е изд., перераб. и доп. — М. : Издательство Юрайт, 2017. — 400 с. — (Серия : Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-03697-8.

### Дополнительная литература:

2. *Баврин, И. И.* Математика для технических колледжей и техникумов : учебник и практикум для СПО / И. И. Баврин. — 2-е изд., испр. и доп. — М. : Издательство Юрайт, 2017. — 329 с. — (Серия : Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-03893-4

3. *Шипачев, В. С.* Математика: учебник и практикум для СПО / В. С. Шипачев ; под ред. А. Н. Тихонова. — 8-е изд., перераб. и доп. — М. : Издательство Юрайт, 2017. — 447 с. — (Серия : Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-04609-0.